



**REFERENZRAHMEN DER FACHPRÜFUNG  
MATHEMATIK**

übersetzt von Stefania Unterfrauner

**Neue Version - aktualisiert am 2.03.2011**

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>Vorwort (erster Abschnitt)</b>	<i>S.3</i>
<b>1 Die mathematische Kompetenz</b>	<i>S.5</i>
<b>2 Die mathematischen Inhalte</b>	<i>S.6</i>
<i>2.1 Die thematischen Einheiten</i>	<i>S.6</i>
<i>2.2 Bewertungsbereich</i>	<i>S.7</i>
<b>3 Die Prozesse</b>	<i>S.9</i>
<b>4 Allgemeine Eigenschaften der Tests und Richtlinien zur Aufgabenstellung</b>	<i>S.10</i>
<i>4.1 Arten der Aufgabenstellungen</i>	<i>S.10</i>
<i>4.2 Richtlinien zur Formulierung der Aufgabenstellung</i>	<i>S.10</i>
<b>5 Beispiele von Tests und Aufgabenstellungen (erster Abschnitt)</b>	<i>S.11</i>
<b>6 Präsentation (Sekundarstufe II Grades)</b>	<i>S.18</i>

## Vorwort (Erster Abschnitt)

Der Referenzrahmen für die Erhebung des INVALSI für Mathematik stellt die Kernideen vor, welche für die Planung der Tests entscheidend sind, wobei folgende Aspekte im Mittelpunkt stehen:

- a) Die Erhebungsbereiche, d.h. *welche Aspekte* der Mathematik des ersten Schulabschnitts bewertet werden und welche Themen Gegenstand der Evaluation sein werden.
- b) Die Art der Erhebungen, d.h. welche Eigenschaften der angewandten Bewertungsinstrumente und –richtlinien in der Planung der Tests wesentlich waren.

Der Referenzrahmen wird *in Übereinstimmung mit den allgemeinen Zwecken des INVALSI definiert, welche die Evaluation des Schulsystems betreffen*, d.h. eine Evaluation der Wirksamkeit und der Effizienz des Schulsystems, vom globalen Gesichtspunkt aus, auf nationaler Ebene und pro einzelnes Fachgebiet oder einzelne Schulinstitutionen.

### *Adressaten*

Der Referenzrahmen dient in erster Linie den Experten, welche damit beauftragt sind, die Fragebögen zu strukturieren, sowie der Fachgruppe, welche die Tests zusammenstellen muss: er gibt die verschiedenen Aspekte des Lernens an, welche zu bewerten sind, und stellt ein Gleichgewicht zwischen den verschiedenen Disziplinen her. Er ist also ein grundlegendes Arbeitsinstrument in der Planungsphase der Zusammenstellung der Fragebögen.

Der Referenzrahmen kann den Lehrkräften bei der *Interpretation der Ergebnisse* der INVALSI Tests dienen, da er einen Vergleich zwischen den nationalen Angaben, dem effektiven und dem erreichten Lehrstoff darstellt, auch um die Ergebnisse der eigenen Klassen bzw. Schule bewerten zu können: der Vergleich zwischen den eigenen Ergebnissen mit den Allgemeinen kann dazu dienen, die Stärken und Schwachpunkte des absolvierten Programms und der ausgewählten Methodologie im Unterricht zu erkennen; es kann außerdem bei der Koordinierung innerhalb der einzelnen Schulinstitutionen nützlich sein.

Da es sich um eine Evaluation handelt, welche statistische Mittel einsetzt, die die ganze Schülerschaft anbelangen, kann dies ein ausgezeichneter Vergleichsmaßstab für die einzelnen Schulen oder Lehrkräfte darstellen. Damit kann eine autonome Überlegung sowohl über die erworbenen Fähigkeiten und Kenntnisse der Schüler (erreichtes Programm), als auch über die Gültigkeit der getroffenen didaktischen Entscheidungen angestellt werden. Dasselbe gilt auch für die Wirksamkeit des geplanten Bildungsprogramms und schlussendlich für die Umfangweite, Vertiefung und Kohärenz des tatsächlich durchgeführten Programms (effektives Programm).

Der Referenzrahmen kann von den Systemverantwortlichen (Ministerium für Bildung, regionale Schulämter, Schulleiter) als eine Reihe an Richtlinien zur korrekten Interpretation der Ergebnisse der Evaluationstests in den verschiedenen untersuchten Schulabschnitten verwendet werden und erlaubt geeignete und wirksame Strategien des Eingriffs zu wählen, etwa bei der Vorbereitung von Bildungsplänen für die Lehrkräfte.

Der Referenzrahmen kann schließlich den Familien nützliche Informationen liefern, um die Evaluation als kritisches Moment der Kontrolle des Schulsystems zu verstehen.

All diese Beobachtungen führen uns zu weiteren Überlegungen, um den Effekt der *Auswirkung* zu verstehen, welche die Gesamtheit der INVALSI- Tests auf das ganze Schulsystem und dessen didaktische Entscheidungen hat. In dieser Hinsicht kann eine genaue Analyse der Ergebnisse der durchgeführten Tests dazu beitragen, eine Anleitung zur Verbesserung des Unterrichts zu schaffen. Es wäre hingegen für den Unterricht und für die Schule schädlich, wenn sich die Aussicht auf diese Tests das Bemühen umwandeln würde, Schüler auf ähnliche Evaluationstypologien vorzubereiten, indem man sich darauf beschränkte, deren Form in den gewöhnlichen Schularbeiten (welche im Laufe des Schuljahrs geschrieben werden) zu imitieren, ohne sich hingegen um das effektive Wachstum jenes kognitiven und kulturellen Hintergrunds zu kümmern, von dem die INVALSI- Tests, ja gerade die Existenz feststellen und beurteilen sollten, um seine Entwicklung und sein Wachstum zu fördern.

## 1 Die mathematische Kompetenz

Das Erlernen der Mathematik stellt laut einer allgemein anerkannten Position, die entfernte Ursprünge hat, eine wesentliche Komponente bei der Bildung und beim Wachstum des Einzelnen dar. Gleichzeitig liegt in der heutigen Gesellschaft die Mathematik im Herzen der quantitativen Datenverarbeitung der Wissenschaft, der Technologie, der wirtschaftlichen Tätigkeiten und in der Arbeit. Deshalb ist die Mathematik ein wesentlicher Faktor im Bewusstsein des zukünftigen Bürgers und bei seinem Erfolg in der Arbeitswelt<sup>1</sup>. Es ist deshalb von grundlegendem Interesse zu erforschen, ob die Kenntnisse, welche von der Schule, auf unterschiedlichen Niveaus, vermittelt und angeregt werden, zusammen mit anderen wesentlichen Grundkenntnissen und stabilen Kenntnissen, zumindest auf Grundniveaus, gut verankert sind. Man will in erster Linie die Kenntnisse der Mathematik und deren Instrumente überprüfen, wobei man diese Disziplin als konzeptuelle Kenntnis versteht: d.h. als ein Ergebnis der Verinnerlichung der Erfahrung und der kritischen Überlegung, nicht der „mechanischen“ Schulung oder des mnemonischen Lernens. Eine konzeptuelle Kenntnis, welche ihre Wurzeln in kritische Kontexte der Rationalisierung der Wirklichkeit schlägt, ohne einen Exzess an Abstraktion und Formalismus zu verlangen. Die mathematische Formalisierung müsste nämlich von deren Notwendigkeit und Wirksamkeit, vom Ausdruck und Gebrauch des mathematischen Denkens ausgehend, angewandt werden. Die Aspekte der Anwendungs- und Ausführungsalgorithmen, welche eine unverzichtbare Komponente der mathematischen Disziplin darstellen, sollten nicht um ihrer selbst Willen gesehen werden.

Hält man sich die allgemeinen Ziele vor Augen, welche dem Mathematikunterricht von den gesetzlichen Bestimmungen vorgeschrieben werden, aber noch mehr von unserer Gesellschaft, innerhalb der traditionellen Vision einer tief in unserer Kultur verankerten Mathematik, so dürfen sich die *INVALSI Tests* nicht nur darauf beschränken, die erworbenen Kenntnisse der *nützlichen Mathematik* zu bewerten, sondern auch auf die Mathematik als *Instrument des Denkens* und als *Disziplin mit einem eigenen spezifischen epistemologischen Status* Bezug nehmen. Die *INVALSI Tests* für Mathematik für den ersten Schulabschnitt zielen darauf, die erworbenen mathematischen Kenntnisse für den ersten Schulzyklus jener Schüler zu bewerten, welche den Bildungsgang gerade beginnen oder abschließen (II Klasse Primarschule; V Klasse Primarschule, I Klasse Sekundarstufe I Grades, III Klasse der Sekundarstufe I Grades). Diese Tests bestehen aus Fragestellungen, welche hinsichtlich zweier Dimensionen erstellt worden sind<sup>2</sup>:

- I. *Die mathematischen Inhalte*: aufgeteilt in große Blöcke oder Einheiten: Zahlen, Ebene und Raum, Relationen und Funktionen, Größen, Daten und Prognosen.

---

1 Dieser Aspekt ist in der Untersuchung *Programme for International Student Assessment (PISA)* der Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (OCSE), welche 15-jährige betrifft, vorwiegend: “PISA assesses how far students near the end of compulsory education have acquired some of the knowledge and skills that are essential for full participation in society. In all cycles, the domains of reading, mathematical and scientific literacy are covered not merely in terms of mastery of the school curriculum, but in terms of important knowledge and skills needed in adult life”. (“What PISA assess”, <http://www.pisa.oecd.org/>)

2 Auf eine ähnliche Art wurden diese zwei Richtungen innerhalb des Referenzrahmens der Evaluationstests von TIMSS analysiert und zwar was das vierte und das achte Jahr des ersten Abschnitts betrifft, sowohl *contents domain*, welche in große Blöcke der Elementarmathematik unterteilt sind, als auch *cognitive domain*, welche in drei Blöcke kennen, anwenden, überlegen- unterteilt sind (siehe *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*), TIMSS&PIRLS International Study Center (Lynch School of Education, Boston College), Chestnut Hill, MA, 2005 (man kann das vollständige Dokument auf der Seite <http://timss.bc.edu> abrufen). Diese detaillierte Analyse stellt einen wichtigen Anhaltspunkt auf internationaler Ebene für die Evaluationstests für Mathematik dar.

II. Die Prozesse, welche in der mathematischen Arbeit und in der Auflösung der Probleme mit einbezogen sind.

## 2. Die mathematischen Inhalte

### 2.1. Die thematischen Einheiten

Die Unterteilung der Inhalte in große Blöcke wird inzwischen auf internationaler Ebene vertreten; interessant erscheint aber ein Vergleich zwischen den Entscheidungen, welche von Italien bei den Curricula UMI-CIIM<sup>3</sup> getroffen worden sind und im Wesentlichen in den programmatischen Dokumenten bestätigt wurden (von den Nationalen Angaben<sup>4</sup> bis hin zu den Angaben für das Curriculum<sup>5</sup>), und jenen, welche auf internationaler Ebene durchgeführt worden sind (OCSE-PISA<sup>6</sup>, TIMSS 2007<sup>e</sup> NCTM 2000<sup>7</sup>).

Nationale Angaben und Angaben für das Curriculum	OCSE-PISA 2006 Overarching ideas (Schlüsselideen)	TIMSS 2007 Content domains (Inhaltsdomäne)	NCTM Standards 2000 Contents (Inhalte)
ZAHLEN	QUANTITÄT	ZAHL	ZAHLEN UND OPERATIONEN
EBENE UND RAUM	RAUM UND FORM	GEOMETRIE	GEOMETRIE
RELATIONEN UND FUNKTIONEN	WECHSEL UND RELATIONEN	ALGEBRA	ALGEBRA
GRÖßEN, DATEN UND PROGNOSEN	UNGEWISSHEIT	DATEN UND ZUFALL	ANALYSE DER DATEN UND DER WAHRSCHEINLICHKEIT

"Man nehme die Entscheidung Italiens zur Kenntnis als Titel der Themen die Namen mathematischer *Objekte* und nicht von *Theorien*, d.h. Zahlen statt Arithmetik, Ebene und Raum statt Geometrie, Relationen und Funktionen statt Algebra, Daten und Prognosen statt Statistik und Wahrscheinlichkeit zu verwenden. Diese Entscheidung neigt dazu, im ersten Abschnitt die Objekte vorzuziehen, anhand derer die Schüler Erfahrung sammeln müssen, im Vergleich zur theoretischen Anordnung, welche übrigens nicht vernachlässigt werden sollte."<sup>8</sup>

Die Auswahl von OCSE-PISA betrifft die *Schlüsselideen (overarching ideas)*, welche die unterschiedlichen Arten darstellen, anhand derer die Wirklichkeit gelesen und interpretiert wird. In

<sup>3</sup> Commissione Italiana Insegnamento della matematica, hat zusammen mit der SIS (Società Italiana di Statistica) und Mathesis innerhalb einer Vereinbarung mit dem MIUR (Ministerium für Bildung, Universität und Forschung) drei Bände der Mathematik 2001, 2003 und 2004 geschrieben, und zwar "La matematica per il cittadino", welche unter der Adresse <http://www.dm.unibo.it/umi/italiano/Matematica2001/matematica2001.html> abrufbar sind.

<sup>4</sup> Legge 53/2003 e D.Lgs. 59/2004

<sup>5</sup> Decreto Ministeriale 31 luglio 2007

<sup>6</sup> OECD, MIUR, INVALSI, (2007) *Valutare le competenze in scienze, lettura e matematica*, Armando Editore

<sup>7</sup> NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) welches im Jahr 2000 die Principles and Standards for School Mathematics (U.S.A.) herausgegeben hat, siehe die Seite <http://standards.nctm.org/>

<sup>8</sup> Anzellotti, G., Cotoneschi S., (2007), Matematica, in "Le indicazioni per il curricolo: la parola alla scuola", *Notizie della scuola*, 2/3, AnnoXXXV, Tecnodid Editrice

diesem theoretischen Referenzrahmen wird die Mathematik im Wesentlichen als Instrument zum beschreiben, lesen und interpretieren der Wirklichkeit gesehen. Laut TIMSS 2007 und NCTM 2000 ist die Auswahl gemischt, wie es aus der oben angeführten Tabelle hervorgeht.

### 2.2. Bewertungsbereich

Nachfolgend eine Liste der möglichen Objekte, der Bewertung (ohne Anspruch auf Vollständigkeit), welche für äußerst bedeutend für die Bewertung der mathematischen Kenntnisse im ersten Abschnitt gehalten werden.

<b>INHALTSBEREICH</b>	<b>GEGENSTAND DER BEWERTUNG</b>
<b>ZAHLEN</b>	<p>Natürliche Zahlen und deren Darstellung zur Basis 10. Addition und Subtraktion der natürlichen Zahlen. Multiplikation und Division der natürlichen Zahlen. Dezimalzahlen und Brüche. Äquivalente Brüche. Stellenschreibweise der natürlichen und der Dezimalzahlen. Operationen zwischen Dezimalzahlen. Eigenschaften der Operationen. Bedeutung der Klammern in Rechenfolgen. Eigenschaften der natürlichen Zahlen: (vorherig, nachfolgend, gerade, ungerade, doppelt, halb...) Operationen mit ganzen Zahlen. Näherungsverfahren. Potenzen natürlicher und ganzer Zahlen. Primzahlen. Vielfache und Teiler. Verhältnisse, Prozentsätze und Proportionen. Endliche Dezimalzahlen und unendlich periodische Dezimalzahlen. (Darstellung in Dezimalzahlen und Brüchen) Rationale Zahlen. Operationen mit rationalen Zahlen. Nicht periodische Dezimalzahlen.</p>
<b>EBENE UND RAUM</b>	<p>Mappen, Pläne und Orientierung. Darstellung der Gegenstände in der Ebene und im Raum. Einfache Figuren im Raum und in der Ebene (Würfel, Kugel, Dreieck, Quadrat...). Die wichtigsten geometrischen Begriffe. Winkel und deren Größe. Sich schneidende, parallele und senkrechte Geraden. Senkrechtigkeit, Waagrechtigkeit. Äquivalente Figuren. Komposition und Zerlegung der Figuren. Elemente einfacher Figuren im Raum (Scheitelpunkt, Kanten, ...). Maßeinheiten von Längen, Flächen und Volumen. Umfang von Polygonen. Flächen von Polygonen. Die Summe der Winkel eines Dreiecks und der Polygone. Satz des Pythagoras. Translationen, Rotationen und Symmetrien. Reproduktion im Maßstab: Vergrößerung und Verkleinerung. Kreisumfang und Kreisfläche. Winkel im Mittelpunkt und Winkel am Umfang des Kreises. Flächen und Volumen der wichtigsten Körper. Zweidimensionale Darstellung der Körper. Kartesisches Bezugssystem. Darstellung der zweidimensionalen Figuren und geometrischen Transformationen auf der kartesischen Ebene.</p>

<p><b>RELATIONEN UND FUNKTIONEN(*)</b></p>	<p>Klassifikation der Objekte, Figuren und Zahlen anhand einer bestimmten Eigenschaft. Äquivalenzen und Ordnungen. Direkt und invers proportionale Größen. Suche nach einer Regelmäßigkeit der Folgen von Zahlen, Figuren, Symbolen und Wörtern. Verallgemeinerung der Regelmäßigkeit durch Wörter und algebraische Ausdrücke. Funktionen der Art <math>y=ax</math>, <math>y=a/x</math> und <math>y=x^2</math> und deren graphische Darstellung. Darstellung der Funktionen mittels wörtlicher Beschreibung, Tabellen, Graphen und algebraischer Ausdrücke. Gleichungen ersten Grades. Darstellung der Fakten und Phänomenen durch Tabellen, Graphen und algebraische Ausdrücke.</p>
<p><b>DATEN UND ZUFALL(**)</b></p>	<p>Das statistische Kollektiv und dessen Elemente. Erste Darstellung von Daten (Tabellen, Piktogramme, Balkendiagramme, usw.). Qualitative und Quantitative Merkmale. Modus, Median und arithmetisches Mittel. Histogramme. Relative und prozentuale Häufigkeit ausrechnen. Diagramme verschiedener Art. Gewisses, mögliches und unmögliches Ereignis. Zufallsstichprobe und Nicht-Zufallsstichprobe der Bevölkerung. Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses: Bewertung der Wahrscheinlichkeit eines elementaren und eines gleich-wahrscheinlichen Ereignisses. Einfache Bewertungen der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ausgehend von statistischen Daten. Messungen von diskreten Größen für die Zählung. Messungen von stetigen Größen durch Objekte und Instrumente. Internationales Einheitensystem. Abschätzungen und Näherungsverfahren. Wissenschaftliche Notation.</p>

(\*) Die Einheit *Relationen und Funktionen* wird ab der V Klasse Primarschule bewertet .

(\*\*) Die Einheit *Größen, Daten und Prognosen* wurde in *Daten und Prognosen* geändert, da die Größe inhaltsübergreifend ist und mehrere Bereiche anschneidet.



### 3. Die Prozesse

Für die Bewertung der Tests, die sich auch nach Vorgaben internationaler *frameworks* (*Rahmenbedingungen*), wie z.B. der Erhebung TIMSS 2007 richtet– aber immer unsere kulturelle Tradition vor Augen hat, können wir einige Prozesse unterscheiden, welche dank der INVALSI Tests bewertet werden können und die bei der Strukturierung der Proben berücksichtigt werden sollen:

1. Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...*);
2. Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich...*);
3. Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen und von einer in die andere übergehen können (*mündlich, schriftlich, symbolisch, graphisch, ...*);
4. Verschiedene Fragestellungen anhand der Instrumente der Mathematik lösen können (*nützliche Informationen erkennen und verbinden, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemas von Fragestellungen erkennen wie z.B. die Folge von Operationen, den Lösungsweg angeben*);
5. In unterschiedlichen Kontexten den messbaren Charakter von Objekten und Phänomenen erkennen und Messgeräte verwenden können (*die geeignetste Maßeinheit bzw. das geeignetste Messinstrument in einem bestimmten Kontext erkennen und eine Größe abschätzen können,...*);
6. Sich schrittweise die typischen Denkweisen des mathematischen Denkens aneignen (*vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern ...*);
7. Die erworbenen Kenntnisse der Mathematik zur quantitativen Datenverarbeitung im wissenschaftlichen, technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich anwenden (*ein Phänomen quantitativ beschreiben, eine Beschreibung des Phänomens mit statistischen Mitteln oder Funktionen interpretieren können, Anwendung von mathematischen Modellen zur Beschreibung und Interpretation von Sachlagen und Phänomenen...*)
8. Die Formen im Raum erkennen können (*die Formen in unterschiedlichen Darstellungen erkennen können, Verbindungen zwischen Formen, Bildern oder bildlichen Darstellungen herstellen können, dreidimensionale Objekte ausgehend von einer zweidimensionalen Darstellung veranschaulichen können und umgekehrt, einen Körper auf einer Ebene darstellen können, die Eigenschaften der Objekte und deren Stellungen erfassen können....*).

## 4. Allgemeine Eigenschaften der Tests und Kriterien zur Fragestellung

### 4.1. Arten der Fragestellungen

Die *INVALSI*-Tests für Mathematik können im Allgemeinen aus folgenden Kategorien bestehen: “geschlossene Frage” und “halb-offene Frage”.

Die geschlossenen Fragen folgen dem Multiple-Choice-Verfahren, das je nach Art der Fragestellung verschiedene Antwortmöglichkeiten vorsieht, je nach Natur der Fragestellung, wobei nur eine Antwort richtig ist.

Unter den sogenannten “halb-offenen Fragen ” versteht man jene Fragen, welche vom Schüler einfache Antworten verlangen (wie z.B. das Ergebnis einer algebraischen oder numerischen Operation, sowie die Zustimmung oder Negation bestimmter Aussagen), die deshalb einer raschen und sicheren Bewertung unterzogen werden können.

In einigen Fragestellungen können kurze Begründungen, die Angabe des Rechenwegs zur Lösung oder die Begründung einiger Aussagen, verlangt werden.

### 4.2. Kriterien zur Strukturierung der Fragestellungen

Die Verfasser der Fragestellungen werden versuchen sich an folgende Kriterien zu halten:

- a) Die Fragestellungen können (und müssen wahrscheinlich) mit mehreren Registern wie : Texte, Figuren, Abbildungen, Tabellen, Graphen formuliert werden.
- b) Die Fragestellungen werden nicht unbedingt an die Idee eines *Mindestinhalts oder unverzichtbaren Inhalts* gebunden sein.
- c) Die Fragestellungen können, hauptsächlich für die zweiten Klassen der Primarschule, in einem Kontext eingegliedert werden, der mit einer konkreten Situation verbunden werden kann; sie können dann schrittweise bezüglich der Mathematik *an sich* formuliert werden.
- d) Die Formulierung der Fragestellung soll dabei vage, zweideutige und unnötig komplizierte Ausdrücke vermeiden. (wie z.B. die doppelte Negation oder Fragestellungen mit einer negativen Formulierung).
- e) Man wird es vermeiden, die kompliziertesten Fragestellungen am Beginn des Tests einzusetzen.
- f) Die Länge und wenn möglich auch die Struktur der Antworten einer einzelnen Fragestellung müssen homogen sein.
- g) Falls eine Definition gefragt ist, für die es keine übereinstimmende Version in den Schulbüchern gibt, muss diese im Text der Aufgabe enthalten sein.
- h) Falls nötig, wird jedes Mal wenn ein Symbol eingesetzt wird, dessen Bedeutung ausdrücklich angegeben; man will vermeiden Nicht-Standard- Symbole zu verwenden.
- i) Die Graphen und die Tabellen werden all jene Elemente(Etiketten, Legenden..) aufweisen, welche zur Interpretation und zur jeweiligen Einfügung in den Kontext notwendig sind. Falls nötig, können diese Elemente auch dann eingesetzt werden, wenn sie zur Beantwortung der Frage nicht unbedingt notwendig sind.
- j) Wenn in einer geometrischen Figur oder in einer Abbildung zwei Elemente kongruent sind, wird dies ausdrücklich angegeben ( im Text mit einer geeigneten und klaren Symbolik zur Figur).

## 5 Beispiele der Rechenaufgaben und Fragestellungen (erster Abschnitt)

Die nachfolgenden Beispiele wollen nur eine Anregung zur Überlegung über die Strukturierung der INVALSI-Tests darstellen. Sie wurden einigen Tests, welche von der Bewertungsstelle in den vergangenen Jahren benutzt wurden, sowie der Nationalen Prüfung des ersten Schulabschnitts (Schuljahr 2007/2008) entnommen.

Das angewandte Kriterium in der Auswahl der Beispiele war vor allem das der größtmöglichen Kontinuität, in der Typologie der Fragestellungen, welche den Schülern gestellt worden sind und Verbindung mit den Subkompetenzen, welche im Referenzrahmen angegeben sind.


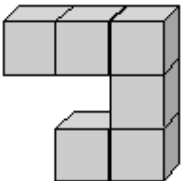
Genauer gesagt beziehen sich die für jeden Bereich ausgewählten Beispiele auf folgende Prozesse:

- die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen,...*);
- verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen und von einer in die andere übergehen können (*mündlich, schriftlich, symbolisch, graphisch ...*).

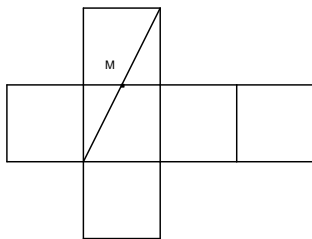
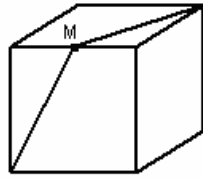
Auf diese Art und Weise will man explizit darstellen, dass die verschiedenen Subkompetenzen bezüglich der Prozesse, welche von den Schülern bei der Auflösung der verlangten "Fragestellungen" angewandt werden, sich in allen Inhaltsbereichen des Referenzrahmens entwickeln können.

In den nachfolgenden Beispielen werden der Inhaltsbereich und die "Aufgabe", mittels derer die beschriebenen Prozesse des Referenzrahmens bewertet werden können, angegeben.

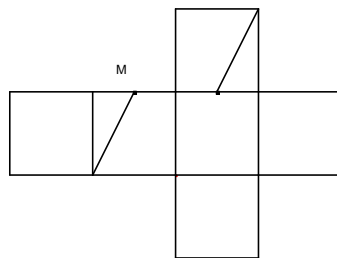
BEISPIELE		KLASSE UND "AUFGABE"
<i>I. ZAHLEN</i>		
1.1	Welche Zahl entspricht 3 Zehnern und 14 Einern?  A. 17 B. 44 C. 34	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Zweite Klasse Primarschule</li> <li>◆ Die Bedeutung der Stellenschreibweise kennen</li> </ul>
2.1	Welche Zahl entspricht 240 Zehnern?  A. 2400 B. 24 C. 2,4 D. 0,24	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Fünfte Klasse Primarschule</li> <li>◆ Die Stellenschreibweise ganzer Zahlen und Dezimalzahlen kennen und verwenden</li> </ul>
3.1	Welcher der nachfolgenden Brüche entspricht der Dezimalzahl 16,50?  A. $\frac{16}{50}$ B. $\frac{165}{100}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{165}{10}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Erste Klasse der Sekundarschule I Grades</li> <li>◆ Verschiedene Schreibweisen derselben Zahl erkennen (Dezimalbruch, Dezimalzahl)</li> </ul>

<p>4.1 Die Potenzen <math>\left(\frac{4}{3}\right)^2</math> und <math>\frac{4^2}{3}</math> haben denselben Wert?</p> <p>A. Nein, die erste lautet <math>\frac{16}{3}</math> und die zweite <math>\frac{16}{9}</math></p> <p>B. Nein, die erste lautet <math>\frac{16}{9}</math> und die zweite <math>\frac{16}{3}</math></p> <p>C. Ja, beide entsprechen <math>\frac{16}{3}</math></p> <p>D. Ja, beide entsprechen <math>\frac{16}{9}</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Dritte Klasse Sekundarschule I Grades</li> <li>◆ Natürliche Zahlen, ganze Zahlen und Brüche potenzieren können</li> </ul>
<p>2. Ebene und Raum</p>	
<p>1.2 Vier Freunde sitzen an einem Tisch, auf dem sich eine Teekanne befindet.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Wer sieht die Teekanne auf diese Weise?</p> <p>A. Das Kind mit der weißen Kappe</p> <p>B. Das Kind mit der schwarzen Kappe</p> <p>C. Das Mädchen mit der Schleife und den Haarzöpfen</p> <p>D. Das Mädchen ohne Haarzöpfe</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Zweite Klasse Primarschule</li> <li>◆ In einer ebenen Darstellung (z.B. einer Zeichnung) verschiedene Blickpunkte erkennen können</li> </ul>
<p>2.2 Wenn wir die Gesamtfläche der Konstruktion färben wollen, wie viele Würfelseiten müssten wir im Ganzen anmalen?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>A. 36</p> <p>B. 26</p> <p>C. 24</p> <p>D. 20</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Fünfte Klasse Primarschule und erste Klasse Sekundarschule I Grades</li> <li>◆ Beziehungen zwischen Formen und Objekten im Raum und deren zweidimensional e Darstellung</li> </ul>

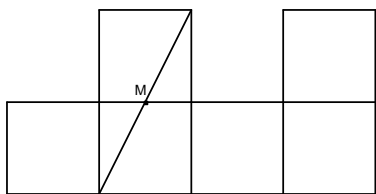
3.2 Die Abbildung stellt einen Würfel dar, wobei M der Mittelpunkt der Kante ist. Welche der nachfolgenden Auffaltungen entspricht dem hier gezeichneten Würfel?



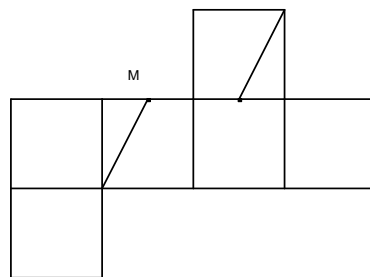
A



B



C

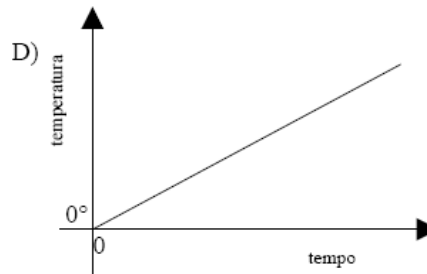
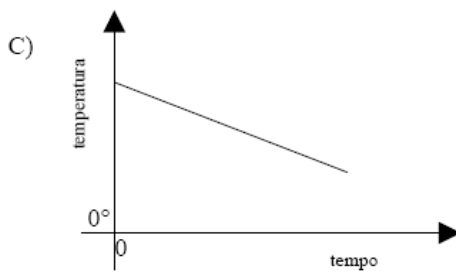
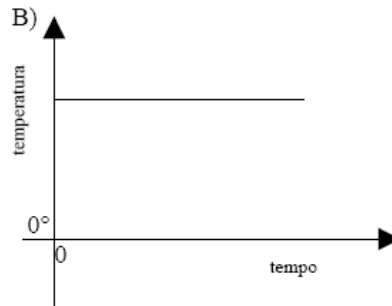
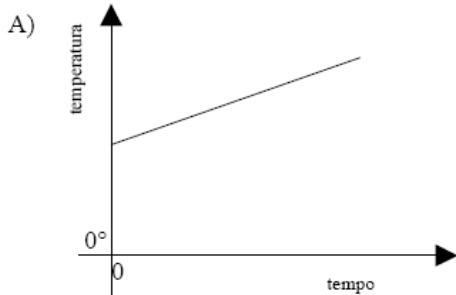


D

- ◆ Dritte Klasse  
Sekundarschule I  
Grades
- ◆ Die Beziehungen  
zwischen  
dreidimensionalen  
Formen und deren  
zweidimensionalen  
Darstellungen

### 3. RELATIONEN UND FUNKTIONEN

3.1 Ein Kochtopf enthält Wasser bei Zimmertemperatur ( $18^{\circ}\text{C}$ ), welches erwärmt wird. Welcher Graph beschreibt was passiert?

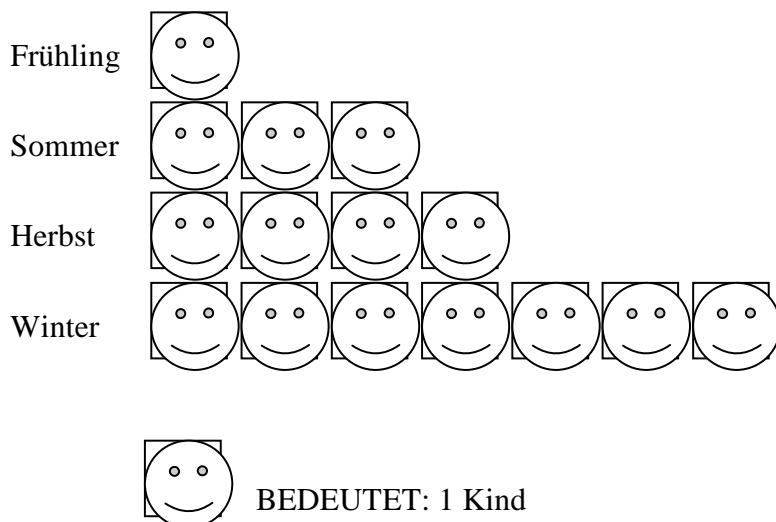


- A. Der Graph A
- B. Der Graph B
- C. Der Graph C
- D. Der Graph D

- ◆ Dritte Klasse Sekundar schule I Grades
- ◆ Einen Graphen oder eine Formel identifizieren, welche die Beziehung zwischen Größen in Fakten und Phänomenen ausdrückt

#### 4. GRÖÖE, DATEN UND ZUFALL

1.4 Die Abbildung stellt die Jahreszeiten dar, in denen die Kinder einer Klasse geboren sind.



- ◆ Zweite Klasse Primarschule
- ◆ Die Informationen anhand Daten einer Tabelle, Piktogramme, und/oder-bzw. Balkendiagramme interpretieren können, um Entscheidungen zu treffen oder Fragen zu beantworten

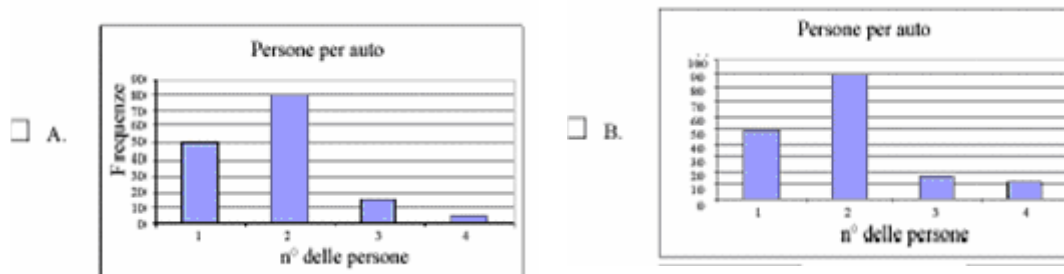
Wieviele Kinder sind in der Klasse?

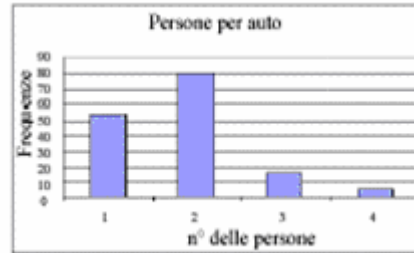
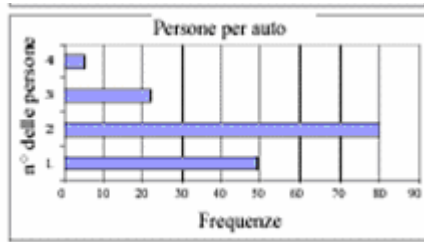
2.4 Die Klasse 1A entscheidet eine Umfrage zu starten, um in Erfahrung zu bringen, wie viele Personen mit dem Auto transportiert werden. An einem gewissen Tag wurden Markus und Andreas beauftragt eine Stunde lang festzuhalten, wie viele Personen (einschließlich des Fahrers) an Bord der 150 Autos sind, die vor der Schule vorbeigefahren sind. Sie haben dann folgende Tabelle zusammengestellt.

Anzahl der Personen im Auto	Häufigkeit
1	49
2	80
3	16
4	5
Gesamtzahl	150

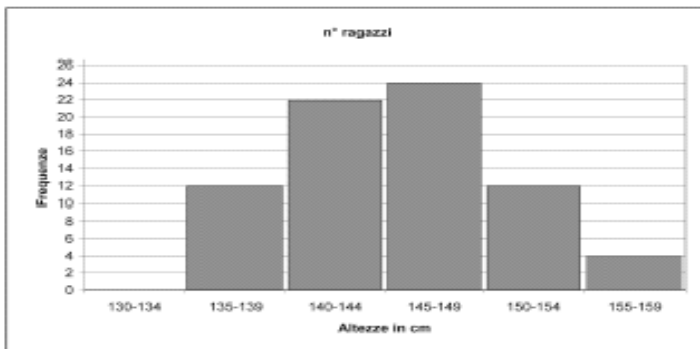
- ◆ Fünfte Klasse Primarschule
- ◆ Von einem Graphen in eine Häufigkeitstabelle und umgekehrt übergehen können

Welche der nachfolgenden Graphen stellt die Daten der Tabelle dar?





3.4 Der nachfolgende Graph stellt die Größen der Erstklässler in cm dar.



Welche der nachfolgenden Tabellen entspricht dem Graphen?

A.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	22
145-149	24
150-154	12
155-159	4

B.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	22
145-149	24
150-154	4
155-159	12

C.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	24
145-149	20
150-154	12
155-159	4

D.

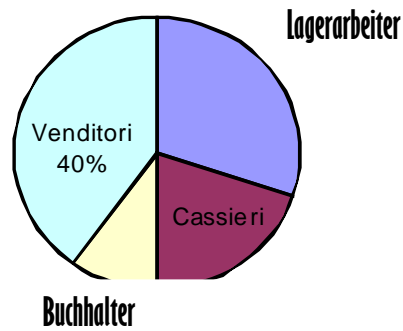
Altezze in cm	Frequenze
135-139	4
140-144	12
145-149	22
150-154	24
155-159	12

- ◆ Erste Klasse Sekundarschule I Grades
- ◆ Von einem Graphen in eine Häufigkeitstabelle übergehen können und umgekehrt.



4.4 In einer großen Buchhandlung sind die Angestellten folgendermaßen aufgeteilt:

Aufgabe	Anzahl der Angestellten
Lagerarbeiter	?
Kassierer	4
Verkäufer	8
Buchhalter	2



Wie lautet die Anzahl der Lagerarbeiter?

Antwort \_\_\_\_\_

Schreibe hier deinen Rechenweg auf.

- ◆ Dritte Klasse Sekundar schule I Grades
- ◆ Die verschiedenen Darstellungs formen der Daten verwenden und interpretieren, um die Fragen zu beantworten und die Aufgaben zu lösen

## 6 Präsentation (Sekundarschule II Grades)

Der Referenzrahmen des INVALSI ist das Dokument, welches festlegt, welche Mathematik bewertet wird und wie sie bewertet wird. Für das nächste Schuljahr, in dem Schüler des zweiten Bildungszyklus der neuen Unterrichtsordnung die INVALSI-Tests ablegen werden, bereitet INVALSI einen Referenzrahmen vor, der die neuen nationalen Angaben für das System der Gymnasien und der Technischen Bildung mit einbezieht. Deshalb wurde der Test dieses Jahr von den allgemeinen Prinzipien für den ersten Schulabschnitt ausgehend strukturiert, wobei die Angaben, die in der entsprechenden Bestimmungen über die Erfüllung der Schulpflicht enthalten sind, berücksichtigt wurden.

Die Referenzrahmen, sowohl der des ersten Schulabschnitts als auch der des zweiten Schulabschnitts, werden von einer Fachgruppe zusammengestellt, welche aus Lehrkräften, Führungskräften, Forschern und Experten besteht; es handelt sich um offene Dokumente, in dem Sinn, dass eine ständige Bereicherung an Erfahrung, Überlegungen und Prüfungen der Ergebnisse vorgesehen ist. Die Beobachtungen der Lehrkräfte liefern uns Hinweise und Elemente, um diese Dokumente allmählich zu verbessern und sowohl für die Verfasser der Aufgabenstellung als auch für jene, die die Ergebnisse lesen und interpretieren müssen, zu immer klareren und wirksameren Instrumenten werden zu lassen.

In Übereinstimmung mit den internationalen Umfragen gibt der Referenzrahmen für die Mathematik des INVALSI zwei Richtungen an, anhand derer die Fragestellungen strukturiert werden sollen und laut derer die Ergebnisse organisiert und interpretiert werden sollen:

- a) *Die mathematischen Inhalte* (in welchem Bereich wird die Aufgabe gestellt?)
- b) *Die betroffenen Prozesse* (welche Prozesse aktiviert der Schüler zum Antworten?)

In Übereinstimmung mit den Gesetzesbestimmungen und den wichtigsten internationalen Erhebungen (vor allem IEA-TIMSS), sind vier Inhaltsbereiche vom Referenzrahmen bestimmt worden: *Zahlen, Ebene und Raum, Relationen und Funktionen, Daten und Zufall*. Innerhalb eines jeden Bereiches sind jene Inhalte Gegenstand der Bewertung, welche üblicherweise als fundamental bzw. wesentlich gelten. Die INVALSI-Tests wollen also nicht hoch entwickelte Kenntnisse oder sehr spezifische Technizismen bewerten.

Was die Prozesse anbelangt, ist es äußerst wichtig, genaue Anweisungen zu geben, welche bei der Arbeit in der Klasse eingesetzt werden können. Eine mathematische Frage zu lösen, fordert die Aktivierung unterschiedlicher Prozesse, normalerweise mehr als einen, deren Klassifikation auf verschiedene Art und Weise stattfinden kann. Der Referenzrahmen erkennt acht mehr oder weniger wichtige. Es muss davon ausgegangen werden, dass jede Klassifikation in diesem Bereich nicht zu genau genommen werden darf und dass die Bestimmung des vorwiegenden Prozesses in einer Frage dazu dienen soll, die Ergebnisse und deren Organisation zu interpretieren.

Die verschiedenen Prozesse haben auch eine Korrespondenz in den verschiedenen Komponenten und können beim Erlernen der Mathematik erkannt werden: Vor allem die Fragen der INVALSI-Tests versuchen nicht nur das Abprüfen spezifischer Inhalte (*Prozess 1*) oder das Erlernte, die Aspekte der algorithmischen Verfahren (*Prozess 2*) zu bewerten, sondern auch die Fähigkeit, verschiedene Darstellungsregister zu verwenden und von einem in das andere übergehen zu können (*Prozess 3*) oder die Fähigkeit, das geeignete mathematische Instrument für ein bestimmtes Problem festzulegen (*Prozess 4*).

Die Prozesse, laut derer die Fragestellungen, gemäß des aktuellen Referenzrahmens für die Mathematik, im Anschluss an die festgelegten Prozesse des ersten Abschnitts klassifiziert werden, sind folgende:

- 1) die spezifischen Inhalte der Mathematik (mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen)
- 2) Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (in allen Bereichen, nicht nur im arithmetischen)
- 3) die verschiedenen Darstellungsformen kennen und beherrschen und von einer in die andere übergehen können (mündlich, schriftlich, symbolisch, graphisch...)
- 4) Fragestellungen anhand der Instrumente der Mathematik lösen können
- 5) den messbaren Charakter der Gegenstände und Phänomene erkennen und die Messgeräte anwenden können.
- 6) sich schrittweise typische Formen des mathematischen Denkens aneignen (vermuten, überprüfen, begründen, definieren, argumentieren, verallgemeinern, beweisen....)
- 7) die Mathematik für die quantitative Verarbeitung der Information einsetzen (ein Phänomen quantitativ gesehen beschreiben, die Beschreibung eines Phänomens mit statistischen Instrumenten interpretieren, mathematische Modelle anwenden...)
- 8) die Formen im Raum erkennen können (Formen in unterschiedlichen Darstellungen erkennen, Beziehungen zwischen Formen, Bilder oder visuellen Darstellungen herstellen können, dreidimensionale Gegenstände von einer zweidimensionalen Darstellung veranschaulichen und umgekehrt einen Körper auf einer Ebene darstellen können, die Eigenschaften der Gegenstände und deren entsprechende Positionen erfassen können...).

Der Referenzrahmen stellt auch die Verpflichtungen der Rahmenbedingungen explizit dar, die vom Test-Typ und von den formalen Merkmalen der Fragestellungen abhängen. In der Vorbereitung der Fragen versucht man Texte verschiedener Natur anzubieten, wobei Tabellen, Graphen, Zeichnungen und Schemas angewandt werden.