UNIONE MATEMATICA ITALIANA

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

SCUOLA NORMALE SUPERIORE

T2

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

23. November 2016

- *Die Arbeit besteht aus 16 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl; sie sind mit den Buchstaben* **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** *und* **(E)** *gekennzeichnet. Genau eine dieser Antworten ist richtig, die anderen 4 sind falsch.*
- *Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0 Punkte, jede Frage ohne Antwort 1 Punkt.*
- *Für jede Aufgabe musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das unten stehende Raster eintragen. Löschungen oder Korrekturen sind NICHT erlaubt. Die Benutzung eines Taschenrechners oder eines Kommunikationsmittels ist verboten.*
- ***Für die gesamte Arbeit stehen dir 110 min zur Verfügung.*** *Gute Arbeit und gute Unterhaltung.*

Vorname: ____________________________ Nachname: _____________________________ Klasse: _____________________

1	2	3	4		5	6	7	8		9	10	11	12		13	14	15	16

1) Carlo hat alle ganzen positiven Zahlen von 1 bis 1000 (beide eingeschlossen) in sein Heft geschrieben. Giovanna löscht von der Liste alle geraden Zahlen und ersetzt jede dieser Zahl durch ihre Hälfte. Wie viele verschiedene Zahlen stehen dann im Heft von Carlo?

   (**A**) 650 (**B**) 900 (**C**) 500 (**D**) 600 (**E**) 750

2) Camilla ist sehr geduldig und schreibt die Zahl 1000^{1000} vollständig aus. Wie viele Ziffern muss sie insgesamt schreiben?

   (**A**) 1000 (**B**) 3001 (**C**) 1000001 (**D**) 1001 (**E**) 1004

3) Vier Freunde haben ihre eigenen Schlüsselbunde satt und entscheiden, diese untereinander so auszutauschen, dass jeder von ihnen nicht wieder den eigenen erhält. Auf wie viele verschiedene Arten können sie die Schlüsselbunde austauschen?

   (**A**) 6 (**B**) 9 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) 10

4) Auf einer Insel leben zwei Arten von Menschen: die Edelleute, welche immer die Wahrheit sagen und die Gauner, die immer lügen. Auf einer Geburtstagsfeier, bei der 450 Menschen anwesend sind, behauptet jeder der Anwesenden: „Alle Anwesenden, außer mir, sind Gauner“. Wie viele Gauner waren auf dem Fest?

   (**A**) keiner (**B**) 450 (**C**) 449 (**D**) 224 (**E**) 225

5) Vier Mannschaften (A, B, C, D) beteiligen sich an einem Fußballturnier. An jedem Spieltag hat jede Mannschaft ein Spiel und trifft im Laufe des Turniers genau einmal auf jede andere Mannschaft. Nach den ersten beiden Spieltagen hat die Mannschaft A 4 Tore ohne Gegentor geschossen, die Mannschaft B hat 7 Gegentore kassiert, ohne eines zu schießen, die Mannschaft C hat 3 Tore geschossen und 1 Gegentor kassiert und die Mannschaft D hat ohne Gegentore 1 Tor geschossen. Für jeden Sieg erhält man 3 Punkte, für Ausgleich einen Punkt und im Fall einer Niederlage keinen. Wie viele Punkte hat jede der Mannschaften A, B, C, D (in dieser Reihenfolge) in den ersten zwei Spieltagen erspielt?

   (**A**) 4,0,3,4 (**B**) 4,0,4,2 (**C**) 4,0,3,2 (**D**) 4,1,3,2 (**E**) 3,1,4,2

6) Sechs Personen (zwei mit grünem, zwei mit rosarotem und zwei mit schwarzem Trikot) spielen Karten. Sie möchten sich auf drei Mannschaften zu je zwei Personen aufteilen. Auf wie viele verschiedene Arten können sie die Mannschaften bilden, wenn die zwei Mitglieder einer Mannschaft jeweils verschiedene Trikotfarben haben sollen?

   (**A**) 4 (**B**) 11 (**C**) 8 (**D**) 24 (**E**) 15

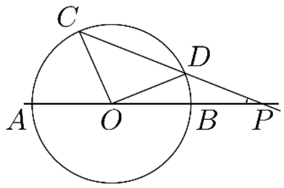
7) Das Produkt zweier natürlicher Zahlen ist 14000. Wie groß kann ihr größter gemeinsamer Teiler maximal sein?

   (**A**) 10 (**B**) 20 (**C**) 400 (**D**) 70 (**E**) 140

8) Laura probiert in einem Geschäft Kleider an. Sie ist sich bei 8 Blusen, 5 Pullovern und 6 Hosen unschlüssig. Um zu sparen wird sie nur zwei verschiedene Kleidungsstücke kaufen (nicht zwei Blusen oder zwei Pullover oder zwei Hosen). Auf wie viele Arten kann Laura auswählen?

(**A**) 114 (**B**) 128 (**C**) 342 (**D**) 171 (**E**) 118

9) Gegeben sei ein Kreis γ mit Zentrum O und Durchmesser $\overline{AB}$ = 16 cm. P ist ein Punkt auf der Verlängerung von (AB) auf der Seite von B und g eine Gerade durch P, welche den Kreis γ in den Punkten C und D schneidet (mit D zwischen C und P). Nehmen wir weiters an, dass $\overline{OD} = \overline{DP}$ ist und der Winkel $A\hat{P}C$ = 18°. Wie groß ist der Winkel $A\hat{O}C$?



(**A**) 48° (**B**) 54° (**C**) 60° (**D**) 45° (**E**) 72°

10) Eine Mannschaft aus 8 Personen beteiligt sich an einem sportlichen Wettbewerb. Ein Spiel dauert 60 Minuten. Das Reglement sieht vor, dass im Spielfeld immer 5 Spieler pro Mannschaft anwesend sind und dass jeder der 8 Mannschaftsmitglieder im Laufe eines Spieles gleich viele Minuten lang spielt. Wie viele Minuten verbringt jeder Spieler im Laufe eines Spieles auf dem Feld?

(**A**) weniger als 30 (**B**) zwischen 30 und 33 (**C**) zwischen 33 und 36 (**D**) zwischen 36 und 39 (**E**) mehr als 39

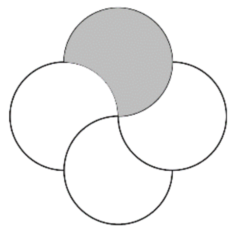
11) Von einem konvexen Viereck ABCD sind die Seitenlängen AB, BC, CD und DA bekannt. Sie sind in dieser Reihenfolge 5, 8, 7 und 12 cm lang. E und F sind die Mittelpunkte der Seiten AB und CD. Wie groß ist die Fläche des Vierecks ABCD in cm², wenn die Fläche des Vierecks BEDF 24 cm² beträgt?

(**A**) 32 (**B**) 36 (**C**) 48 (**D**) zwischen 50 und 60 (**E**) mehr als 60

12) Julia hat an jedem Sonntag (und an keinem anderen Tag) frei. Romeo arbeitet auf einem Kreuzfahrtschiff. Er bleibt 9 Tage auf See, hat dann einen Tag frei, bevor er für weitere 9 Tage in See sticht, usw. Heute ist Mittwoch, der 23. November 2016. Romeo ist gerade an Land und wird morgen wieder arbeiten. Wie viele Tage können Julia und Romeo bis zum 23. November 2017 gemeinsam verbringen?

(**A**) 8 (**B**) 5 (**C**) 7 (**D**) 6 (**E**) 4

13) Die nebenstehende Figur besteht aus 4 kongruenten Kreisbögen mit Radius 2. Wie groß ist die grau schattierte Fläche?



(**A**) $8 + \pi$ (**B**) $8 + \pi/2$ (**C**) $9 + \pi/4$ (**D**) $16 - 2\pi$ (**E**) $4 + 2\pi$

14) Ein Motorradfahrer und ein Fahrradfahrer bewegen sich entlang einer Fahrbahn in Form eines Quadrates mit Seitenlänge 90 km. Sie starten gleichzeitig von einer Ecke aus und bewegen sich beide im Uhrzeigersinn. Der Motorradfahrer fährt konstant mit 65 km/h und der Radfahrer mit 30 km/h. Nach wie vielen Stunden treffen sich die beiden erneut in einer der vier Ecken?

(**A**) 7 (**B**) 72/7 (**C**) 30/7 (**D**) 72 (**E**) niemals wieder

15) Ein Floh befindet sich anfänglich im Ursprung eines ebenen kartesischen Koordinatensystems. Er kann sich nur auf Punkten mit ganzzahligen Koordinaten bewegen und von Mal zu Mal nach Belieben eines der folgenden Muster wählen:

- vom Punkt (x, y) hüpft er zum Punkt (x + 2, y + 4)
- vom Punkt (x, y) hüpft er zum Punkt (x, y +5)
- vom Punkt (x, y) hüpft er zum Punkt (x – 2, y – 9)

Wie viele mögliche Wege gibt es, die den Floh vom Ursprung (0, 0) zum Punkt (0, 2016) bringen?

(**A**) keinen (**B**) genau einen (**C**) zwischen 10 und 30 (**D**) zwischen 30 und 60 (**E**) unendlich viele

16) Chiara hat bei der Betrachtung des Kalenders bemerkt, dass das aktuelle Jahr 2016 eine Eigenheit hat: Setzt man x = 2016, dann ist x+1 ein Vielfaches von 1, x+2 ein Vielfaches von 2, x+3 ein Vielfaches von 3 und x+4 ein Vielfaches von 4. Wie viele andere positive ganze Zahlen kleiner als 2016 haben die gleiche Eigenheit?

(**A**) 154 (**B**) 83 (**C**) 167 (**D**) 24 (**E**) 162