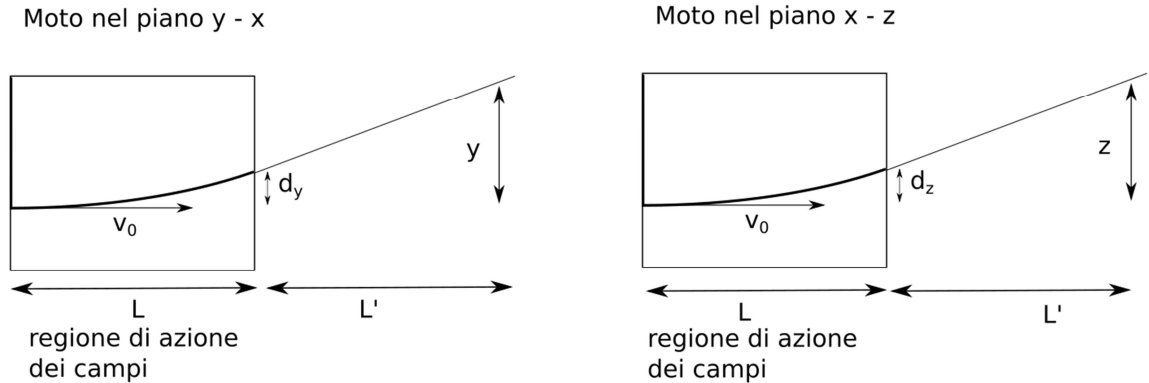


## Problema n. 1 - Soluzione



**Q1.** Il moto nella direzione  $y$  sotto l'azione del campo elettrico è un moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione  $\frac{q}{m}E$ , velocità iniziale nulla. Lo spostamento nella regione  $R$  di azione del campo elettrico vale  $d_y = \frac{qE}{2m}t^2$ . La componente della forza diretta nella direzione  $z$  è<sup>1</sup>  $qv_0B$  diretta esclusivamente lungo  $z$  e lo spostamento in tale direzione vale quindi  $d_z = \frac{qBv_0}{2m}t^2$ . Il tempo impiegato per uscire dalla regione di azione del campo, di ampiezza  $L$ , è  $t = \frac{L}{v_0}$  da cui otteniamo  $d_z = \frac{qBL^2}{2mv_0}$ ,  $d_y = \frac{qEL^2}{2mv_0^2}$ .

Se la lastra fotografica fosse posta all'uscita di questa regione avremmo ottenuto il risultato di Thomson con  $A_1 = \frac{EL^2}{2}A_2 = \frac{BL^2}{2}$ .

Se la lastra fosse posta invece all'estrema destra della regione rappresentata nella figura data nel testo, regione in cui non agiscono campi elettrici e magnetici, all'uscita dalla zona di azione dei campi avremmo

$$v_x = v_0 \text{ e } v_y = \frac{qEL}{mv_0}, \quad v_z = \frac{qv_0B}{m} \times \frac{L}{v_0} = \frac{qBL}{m}.$$

Indicando con  $t_1 = \frac{L'}{v_0}$  il tempo necessario per arrivare sullo schermo, posto a distanza  $L'$  dalla zona di azione, abbiamo

$$y = d_y + v_y t_1 = \frac{qEL^2}{2mv_0^2} + \frac{qEL}{mv_0} \times \frac{L'}{v_0}$$

$$\text{da cui } y = \frac{q}{mv_0^2} A_1 \text{ con } A_1 = \frac{EL^2}{2} + ELL'.$$

<sup>1</sup> In realtà la forza di Lorentz ha direzione variabile e centripeta, ma il testo fornisce chiaramente nella prima domanda indicazioni in tal senso. La giustificazione di questa approssimazione non è richiesta allo studente.

Allo stesso modo è

$$z = d_z + v_z t_1 = \frac{qBL^2}{2mv_0} + \frac{qBL}{m} \times \frac{L'}{v_0}$$

da cui segue la tesi  $z = \frac{q}{mv_0} A_2$  identificando opportunamente  $A_2$ .

**Q2.** Le particelle che entrano nella regione di azione dei campi hanno a priori velocità non note e diverse tra loro. Ricavando  $v_0$  dall'equazione per  $z$  e sostituendo nell'equazione per  $y$  otteniamo

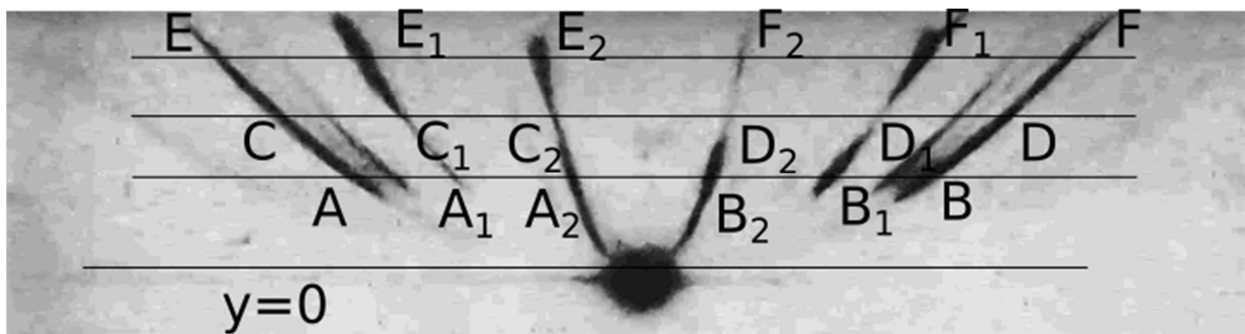
$$v_0 = \frac{qEL^2}{2mz}$$

$$y = \frac{m A_1}{q A_2^2} z^2.$$

Tutte le particelle, a parità di rapporto  $q/m$ , indipendentemente dalla loro velocità iniziale, colpiscono quindi la lastra fotografica formando una parabola.

**Q3.** Il testo afferma che l'idrogeno è l'elemento con  $q/m$  maggiore. Infatti tutti gli altri hanno masse maggiori, inclusi gli isotopi deuterio e trizio, e numero di cariche di ionizzazione sicuramente minori del proprio numero di massa (a causa della presenza dei neutroni nel nucleo)<sup>2</sup>.

Prendendo una retta parallela all'asse  $z = 0$  di equazione  $y = k$  che intersechi le parabole in  $z_{1,2}$ , troviamo  $(z_{1,2})^2 = k \frac{A_2^2}{A_1} \times \frac{q}{m}$ . Da ciò si deduce che l'idrogeno, se presente è rappresentato dalla parabola con apertura maggiore. Misurando i valori di  $z_{1,2}$  è possibile determinare il rapporto cercato. Per migliorare i dati è possibile misurare i valori di  $z$  corrispondenti a diversi valori di  $k$ , calcolando la differenza  $\delta = z_2 - z_1$  per la



stessa parabola.

Per esempio misurando le distanze tra le coppie di punti riportate nella figura sopra otteniamo i dati riportati nella seguente tabella:

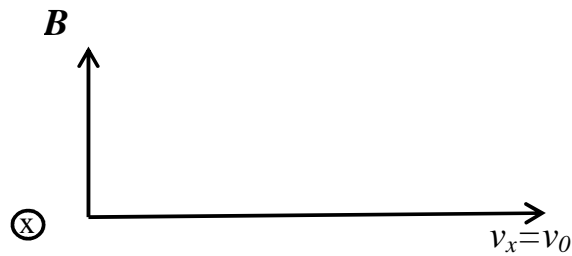
Coppia punti	$\delta$ ( cm)	Distanza / distanza idrogeno
AB	6.76	1
CD	8.54	1
EF	9.86	1
A <sub>1</sub> B <sub>1</sub>	4.32	0.41
C <sub>1</sub> D <sub>1</sub>	5.44	0.41
E <sub>1</sub> F <sub>1</sub>	6.38	0.42
A <sub>2</sub> B <sub>2</sub>	1.68	0.063

<sup>2</sup> Da notare che nell'articolo originale di Thomson si discute la presenza di atomi e molecole cariche negativamente. L'articolo originale è disponibile al link [rspa.royalsocietypublishing.org/content/royprsa/89/607/1.full.pdf](https://rspa.royalsocietypublishing.org/content/royprsa/89/607/1.full.pdf)

$C_2D_2$	2.02	0.058
$E_2F_2$	2.38	0.058

I valori richiesti sono quindi  $q/m = 0.41$  e  $q/m = 0.060$ .

**Q4.** La direzione dei vettore velocità (verso destra in figura), campo elettrico (diretto in verso entrante nella pagina in figura) e campo magnetico (verso l'alto in figura) è rappresentata qui sotto. In questa configurazione le forze dovute al campo elettrico e magnetico sono opposte e dirette lungo z.



Per avere deflessione nulla è sufficiente chiedere che le forze si equilibrino, essendo nulla la velocità iniziale in quella direzione. In queste condizioni il dispositivo funziona da selettore di velocità e avremo  $qE = qv_0B$  da cui

$$v_0 = \frac{E}{B}$$

Misurando i campi magnetici ed elettrici possiamo quindi dedurre il valore della velocità  $v_0$ .