

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

**SECONDA PROVA SCRITTA - ESEMPIO**

**Indirizzi:** LI02 – SCIENTIFICO

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

LI15 – SCIENTIFICO – SEZIONE AD INDIRIZZO SPORTIVO

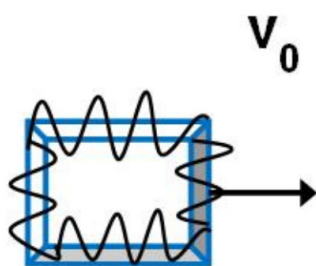
**Arbeit aus:** Mathematik und Physik

Der Kandidat/die Kandidatin soll eines der beiden Probleme lösen  
und vier der acht Fragen beantworten!

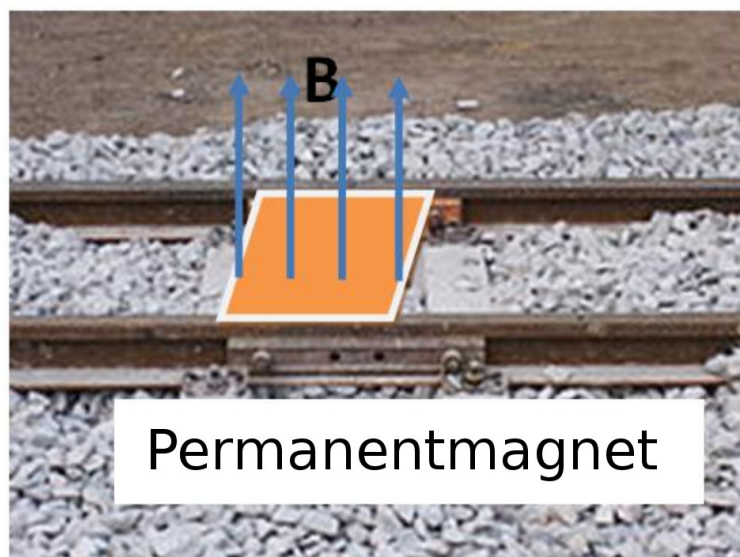
**Problemstellung 1:**

Dein Brüderchen hat zum Geburtstag eine elektrische Eisenbahn bekommen. Du hast sie genauer untersucht und dich nach der Funktionsweise der einzelnen Teile gefragt. Insbesondere hast du festgestellt, dass ein Waggon, der sich auf einem Stumpfgleis dem Endpuffer nähert, stark abgebremst wird, bis er schließlich fast zum Stehen kommt. Dadurch erreicht er den Puffer mit einer sehr kleinen Geschwindigkeit, wodurch der Aufprall keine weiteren Folgen hat.

Um die Funktionsweise dieser Bremse zu verstehen, hast du das Stumpfgleis und einen Waggon untersucht. Du stellst fest, dass im letzten Abschnitt des Stumpfgleises zwischen den beiden Schienen ein kleiner, quadratischer Permanentmagnet mit einer Seitenlänge von  $L = 5,0 \text{ cm}$  angebracht ist. Weiters ist auf der Unterseite des Waggons ein Rahmen angebracht, der die gleichen Abmessungen hat wie der Magnet. Darauf ist ein Draht in Form einer quadratischen Spule aufgewickelt, die einen elektrischen Widerstand  $R = 0,020 \Omega$  hat. Bei der Betrachtung der Bewegung stellst du fest, dass die Spule mit dem Waggon über den Magneten fährt (siehe Abbildung) und sich der Waggon dabei verlangsamt.



Spule



1. Beschreibe qualitativ die Ursache der Bremsung aufgrund der Bewegung der Spule über den Magneten!
2. Wir nehmen an, dass der Permanentmagnet über sich ein homogenes Magnetfeld der Stärke  $B = 0,85 T$  erzeugt, das senkrecht zum Magneten und daher auch senkrecht zur Spule ist. Randeffekte sollen vernachlässigt werden.  
Zeige, dass für die Bewegung der Spule über dem Magneten folgende Formel gilt:

$$m \frac{dv}{dt} = - \frac{B^2 L^2}{R} v$$

wobei  $m = 50 g$  die Masse des Spielzeugwaggon ist.

3. Überprüfe, dass diese Bewegung als Lösung die Geschwindigkeit  $v = v_0 e^{-t/\tau}$  hat, wobei  $v_0$  die Geschwindigkeit des Waggon (und damit auch der Spule) ist, sobald die Spule ins Magnetfeld eintritt.  
Drücke die Konstante  $\tau$  durch die anderen angegebenen Größen aus und berechne ihren numerischen Wert!
4. Wir nehmen für den Anfangswert der Geschwindigkeit  $v_0 = 0,20 m/s$  an. Berechne die Zeit, welche die Spule benötigt, um den gesamten Magneten zu überqueren. Berechne auch die Geschwindigkeit, die der Waggon nach der Überquerung des Permanentmagneten hat!
5. Zeige: Falls die anfängliche Geschwindigkeit  $v_0$  unter einem bestimmten Wert liegt, dann kann die Spule den Permanentmagneten nicht überqueren. In diesem Fall ist die Bremse für den Waggon wie ein unüberwindlicher Block. Berechne die Grenzgeschwindigkeit, bei der der Waggon den Permanentmagneten nicht mehr überqueren kann!

## Problemstellung 2

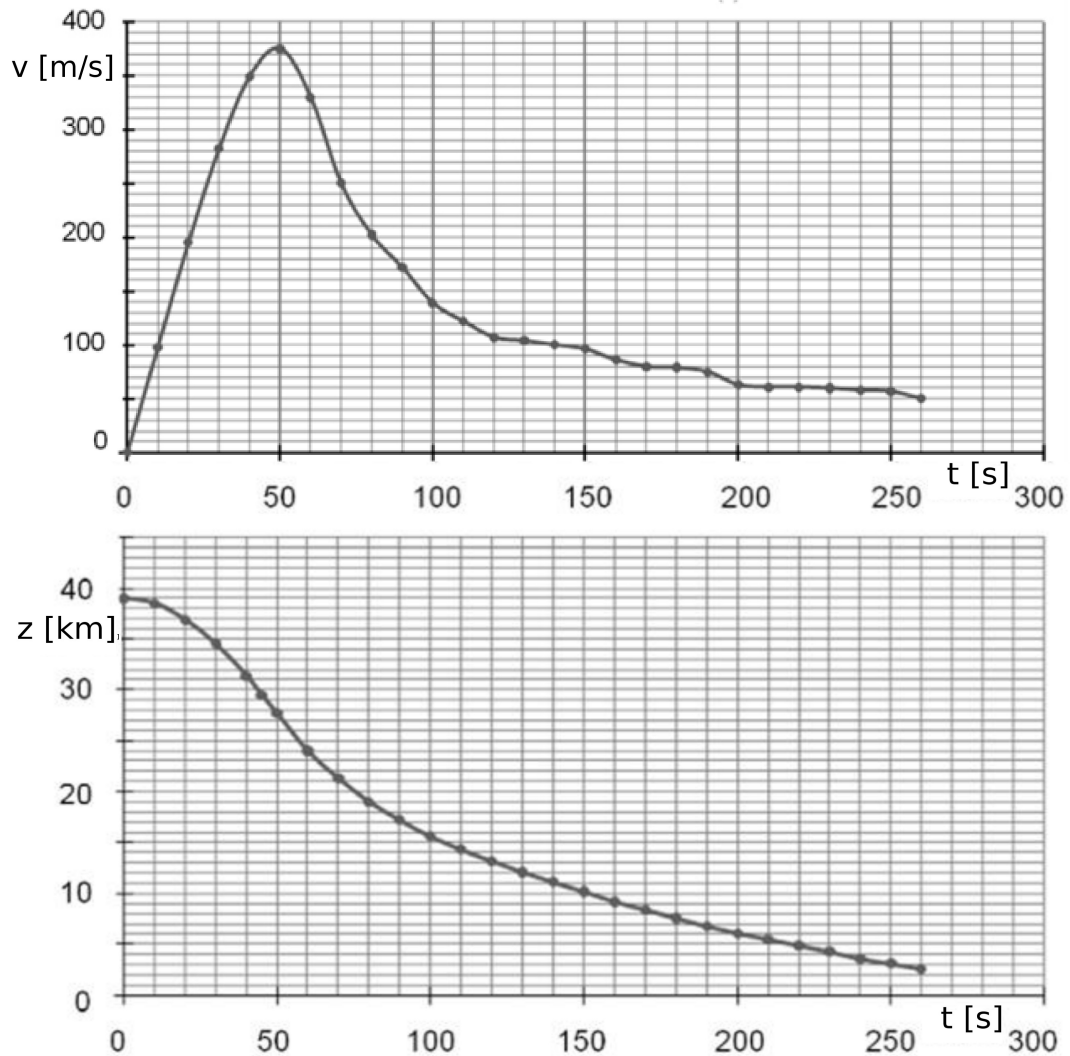
Am 14. Oktober 2012 hat Felix Baumgartner bei seinem legendären Stratosphärensprung gleich drei Weltrekorde aufgestellt:

- die größte Höhe, die ein Mensch mit einem Ballon erreicht hat ( $39045 m$ )
- höchster Absprung im Freiem Fall
- die größte Geschwindigkeit im Freien Fall ( $1341,9 km/h$ )



Nach dem Aufstieg mit einem Heliumballon ist er Richtung Erde abgesprungen. Dabei war er durch einen Spezialanzug geschützt. Nach 4 Minuten und 20 Sekunden im Freiem Fall hat er den Fallschirm ausgelöst. Insgesamt hat der Sprung 9 Minuten und 3 Sekunden gedauert.

In den folgenden Abbildungen sind die Geschwindigkeit und der Abstand zum Boden von Felix Baumgartner während seines Sprunges dargestellt. Die Startzeit beim Absprung ist dabei  $t = 0$ .



Für den Aufstieg war ein riesiger dehnbarer Ballon erforderlich: Bei steigender Höhe und geringer werdender Dichte der Luft konnte der Ballon größer werden, um so die Auftriebskraft nach oben konstant zu halten.

In einem Zeitungsbericht stand: “Um eine genügend hohe Steiggeschwindigkeit zu erzielen, war der Auftrieb ca. doppelt so groß wie die Kraft, die notwendig war, um das System im Gleichgewicht zu halten. Mit der Masse von Felix Baumgartner und der des Heliumballons mussten insgesamt ungefähr drei Tonnen gehoben werden.“ Felix Baumgartner und sein Anzug wogen ca. 120 kg.

### Steigphase

1. Zeichne ein Diagramm der Kräfte gleich nach dem Abheben. Reibungskräfte sollen dabei vernachlässigt werden. Die Zeichnung muss dabei nicht maßstabsgetreu sein, allerdings muss sie stimmig mit den physikalischen Gegebenheiten sein!
2. Nach ein paar Minuten im Steigflug kann die Bewegung geradlinig gleichförmig angenommen werden. Berechne für diesen Fall den ungefähren Wert der Reibungskraft der Luft.

### Sprungphase

Wähle ein Bezugssystem und untersuche den vertikalen Fall des Systems S, das aus Felix Baumgartner und seinem Raumanzug besteht. In dieser Phase kann der Auftrieb vernachlässigt werden.

- Verwende die Abbildungen, um die Beschleunigung von S für  $t < 20s$  zu bestimmen und besprich das Ergebnis!
- Hat das System S während des Falles Überschallgeschwindigkeit erreicht?  
Berücksichtige dabei folgende Tabelle, die die Schallgeschwindigkeit in Luft in Abhängigkeit von der Höhe beschreibt.

Höhe[km]	10	20	30	40
Schallgeschwindigkeit [m/s]	305	297	301	318

- Berechne die Änderung der mechanischen Energie  $\Delta E_{mech}$  zwischen den Zeitpunkten des Absprungs und des Erreichens der maximalen Geschwindigkeit! Interpretiere das Ergebnis!
- In den nachfolgenden Abbildungen sind die Kräfte dargestellt, die während des Sprunges auf das System S wirken.  $\vec{G}$  ist die Gewichtskraft,  $\vec{f}$  ist die Reibungskraft der Luft. Ordne jeweils ein Diagramm den Zeiten  $t_1 = 40 s$ ,  $t_2 = 50 s$ ,  $t_3 = 60 s$  zu!

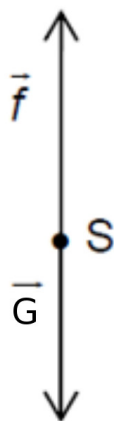


Diagramm A

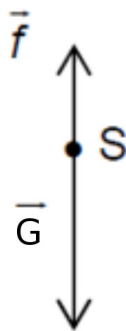


Diagramm B

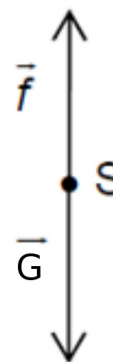
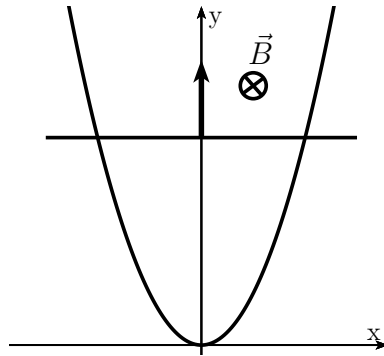


Diagramm C

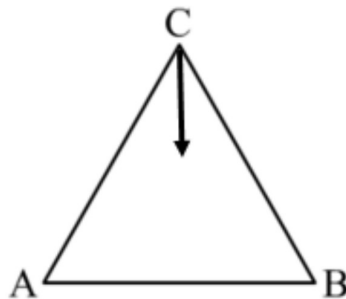
- Bestimme, in welcher Höhe Felix Baumgartner den Schirm geöffnet hat!  
Der gesamte Sprung hat 9 Minuten und 3 Sekunden gedauert. Berechne die mittlere Fallgeschwindigkeit nach dem Öffnen des Fallschirmes bis zum Auftreffen auf dem Boden. Hältst du es für sinnvoll, die Bewegung in dieser letzten Phase als geradlinig gleichförmig anzunehmen?
- Um die Gefahr von Verletzungen beim Aufprall auf dem Boden einzuschätzen, sollst du abschätzen, aus welcher Höhe Felix Baumgartner ohne Fallschirm hätte abspringen müssen, um mit der gleichen Geschwindigkeit auf dem Boden aufzuprallen!

## Fragen

1. Eine Leiterschleife, die die Form einer Parabel der Gleichung  $y = ax^2$  hat, befindet sich in einem homogenen Magnetfeld  $B$ , das senkrecht zur Ebene  $xy$  der Parabel ist. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  beginnt die Translation eines geraden Leiters über die Parabel mit konstanter Beschleunigung (siehe Abbildung). Der Startpunkt liegt im Scheitel der Parabel. Berechne die induzierte elektromotorische Kraft, die in die Leiterschleife induziert wird, in Funktion von  $y$ !



2. Die Position eines Teilchens ändert sich zeitlich nach folgender Gleichung:  $x = \alpha t(1 - \beta t)$ , wobei  $\alpha$  und  $\beta$  zwei Konstanten sind und  $\beta > 0$  gilt. Bestimme:
  - a) die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Teilchens in Funktion der Zeit!
  - b) die Zeit, die das Teilchen (es startet vom Ursprung) benötigt, um wieder zum Ursprung zurückzukehren und den in diesem Zeitintervall zurückgelegten Weg!
3. Drei punktförmige Teilchen tragen jeweils die elektrische Ladung  $q$ . Sie sind an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks ABC angeordnet, dessen Seitenlänge  $1\text{ m}$  beträgt.
  - a) Berechne die potentielle Energie des Systems!
  - b) Die bei C befindliche Ladung wird Richtung Segment AB auf der Senkrechten zu AB verschoben. Skizziere den Graphen für die potentielle Energie des Systems in Funktion des Abstandes des Punktes C vom Segment AB!



4. Ein Massenpunkt bewegt sich in der  $xy$ -Ebene nach folgenden Zeitgesetzen:

$$x = a \cdot \sin(\omega t); y = a(1 - \cos(\omega t))$$

wobei  $a$  und  $\omega$  positive Konstanten sind.

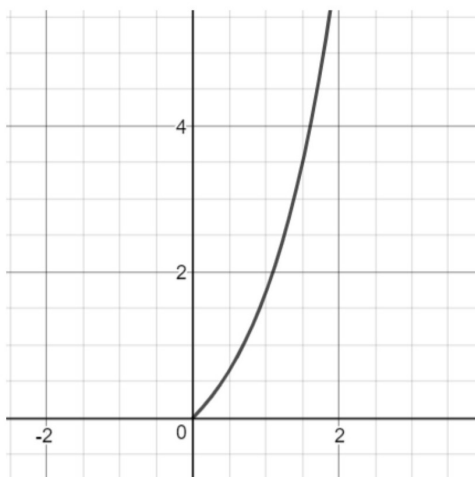
Bestimme den Abstand des Massenpunktes vom Ursprung zum Zeitpunkt  $t = \tau$  und die Richtungen des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektors zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

5. Ein Elektron startet aus der Ruhe in einem homogenen elektrischen Feld der Feldstärke  $E = 10 \text{ kV/cm}$ . Beschreibe die Vorgangsweise, die du wählen würdest, um den Zeitpunkt zu bestimmen, bei dem die kinetische Energie des Elektrons gleich seiner Ruheenergie ist!
6. Welche Zeit braucht eine Schallwelle, um die Distanz  $l$  zwischen den beiden Punkten A und B zurückzulegen, wenn sich die Temperatur zwischen den beiden linear von  $T_1$  auf  $T_2$  ändert? Berücksichtige dabei, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen in Luft folgendermaßen von der Temperatur abhängt:

$$v = a\sqrt{T}$$

wobei  $a$  eine Konstante ist.

7. Könnte der folgende Graph den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit einer punktförmigen Ladung darstellen, die sich aufgrund der elektrostatischen Abstoßung von einer anderen Punktladung entfernt, die ortsfest ist und gleiches Vorzeichen der Ladung hat? Begründe Deine Antwort!



8. Ein Punkt bewegt sich entlang der  $x$ -Achse nach folgender Gesetzmäßigkeit:

$$x = a \cdot \sin^2\left(3t - \frac{\pi}{4}\right)$$

wobei  $a$  eine positive Konstante ist. Berechne:

- die Amplitude und die Periode der Schwingung!
- den Zeitpunkt  $t$ , zu dem der Punkt zum ersten Mal den größten Abstand vom Ursprung erreicht!

---

Maximale Dauer der Arbeit: 6 Stunden

Der Gebrauch eines wissenschaftlichen und/oder eines graphikfähigen Taschenrechners ist erlaubt, solange er nicht ein CAS besitzt (M.V. Nr. 350 Art.18 Komma 8).