

Lösung Maturasimulation Februar 2019

Problemstellung 1

1. Die erste Ableitung der Funktion ist $q'(t) = a(e^{bt} + bte^{bt}) = ae^{bt} \cdot (1 + bt)$.

a ist laut Angabe positiv, der Faktor e^{bt} ist immer positiv. Die erste Ableitung ist an der Stelle $t = -\frac{1}{b}$ gleich 0.

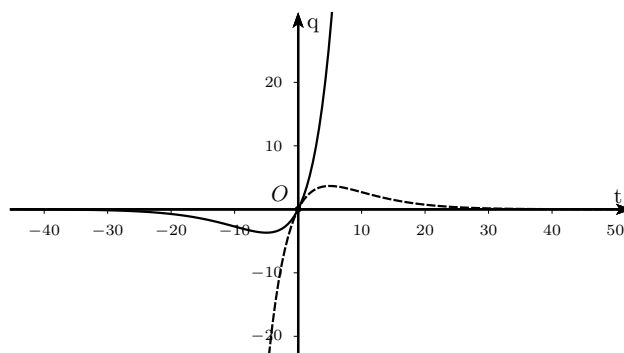
Die zweite Ableitung ist $q''(t) = a [be^{bt}(1 + bt) + be^{bt}] = abe^{bt}(bt + 2)$

An der Stelle $t = -\frac{1}{b}$ ist $q'' = abe^{-1}(-1 + 2) = abe^{-1}$

Daher liegt für $b < 0$ ein Maximum vor (zweite Ableitung ist kleiner 0), für $b > 0$ ein Minimum. Für $b = 0$ ergibt sich für q eine Gerade ($y = a \cdot t$).

Hier sind zwei Beispiele für gleiches $a = 2$ und betragsmäßig gleichem $|b| = 0,2$ dargestellt.

Die strichlierte Linie stellt den Graphen für $b = -0,2$ dar.



An der Extremstelle gilt $t = -\frac{1}{b}$. Laut Angabe liegt es bei $t = 2 \Rightarrow b = -\frac{1}{t} = -\frac{1}{2}$.

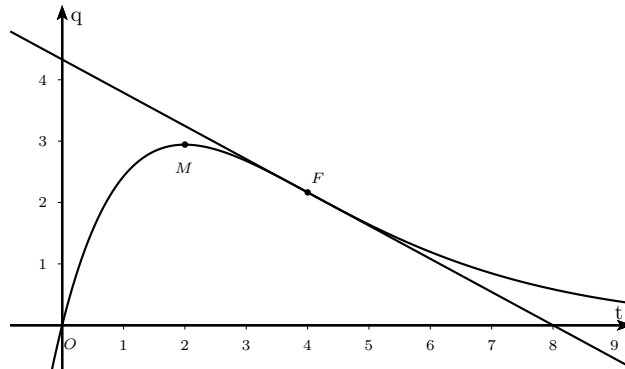
Außerdem gilt $\frac{8}{e} = q(2) = 2ae^{2b} \rightarrow a = 4$

2. Ab nun ist $a = 4$ und $b = -\frac{1}{2}$

- (a) Die Funktion hat die Definitionsmenge $D = \mathbb{R}$ und die Wertemenge $W =]-\infty; \frac{8}{e}[$
- (b) Die Funktion hat die einzige Nullstelle im Nullpunkt.
- (c) Die Funktion ist überall stetig und differenzierbar.
- (d) Die Funktion hat wie bereits bekannt einen Hochpunkt, ist für $t < 2$ streng monoton steigend und für $t > 2$ streng monoton fallend. Dies ist am Vorzeichen der ersten Ableitung erkennbar:
 $q'(t) = 4e^{-\frac{1}{2}t} \cdot (1 - \frac{1}{2}t) = 2e^{-\frac{1}{2}t} \cdot (2 - t)$
- (e) Für $t \rightarrow -\infty$ geht $q(t)$ gegen $-\infty$, für $t \rightarrow +\infty$ geht $q(t)$ gegen Null, also ist die x -Achse Asymptote des Graphen.
- (f) Aus $q''(t) = e^{-\frac{1}{2}t}(t - 4) = 0$ folgt $t = 4$. Da $q'''(4) \neq 0$ ist, handelt es sich dabei um eine Wendestelle. Mit $q(4) = \frac{16}{e^2}$ ergibt sich der geforderte Wendepunkt $F(4, \frac{16}{e^2})$. Für $t < 4$ ist der Graph rechtsgekrümmt, für $t > 4$ linksgekrümmt.
- (g) Die Steigung der Geraden erhält man aus $k = q'(4) = -\frac{4}{e^2}$. Aus Punkt und Steigung erhält man schließlich auch die gesuchte Gleichung der Wendetangente

$$y = -\frac{4}{e^2}t + \frac{32}{e^2}$$

(h) Schaubild:



3. $q(t)$ stellt die Ladung dar, daher ist die Dimension eine Ladung. Das Produkt aus a und der Zeit t muss also die Dimension einer Ladung sein, da der Exponentialterm dimensionslos ist. Daher hat a die Dimension einer Ladung durch Zeit, also eines Stromes I . a hat die Dimension $\dim(a) = I$. Dies stimmt mit den Einheiten überein: Die Ladungsfunktion $q(t) = at \cdot e^{bt}$ hat die Einheit C . a hat daher die Einheit $[a] = C/s = A$.

Der Exponent in der e-Funktion muss dimensionslos sein, also hat b die Dimension $(b) = T^{-1}$. Dies stimmt mit der Einheit von b überein: b muss demnach die Einheit $[b] = s^{-1}$

Für $q(t) = 4t \cdot e^{-\frac{t}{2}}$ erhält man durch Ableiten die Stromfunktion:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = 4e^{-\frac{t}{2}} \left(1 - \frac{t}{2} \right)$$

Um maximale bzw. minimale Stromwerte zu erhalten, muss man ableiten und gleich 0 setzen:

$$\frac{di}{dt} = 2e^{-\frac{t}{2}} \left(\frac{t}{2} - 2 \right) = 0$$

Für $t = 4$ erhält man ein Stromminimum, da auch $\frac{d^2i}{dt^2}(4) > 0$. Außerdem geht die Stromstärke mit längerer Zeitdauer ($t \rightarrow \infty$) gegen 0, weil $\lim_{t \rightarrow \infty} 4e^{-\frac{t}{2}} \left(1 - \frac{t}{2} \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4 - 2t}{e^{\frac{t}{2}}} = 0$, wie mit der Regel von de L'Hospital gezeigt werden kann.

4. Die Frage nach der Ladung ist nach der Korrektur des Textes durch das Unterrichtsministerium völlig sinnlos, da diese Ladung bereits als $q(t_0)$ definiert wurde. Wer es kompliziert haben möchte, kann integrieren:

Die Ladung, die während eines Zeitintervalles $[0; t_0]$ durch einen Leiter fließt, ist gleich dem Integral des Stromes über die Zeit:

$$Q(t_0) = \int_0^{t_0} i(t) dt = \int_0^{t_0} q'(t) dt = [q(t)]_0^{t_0} = 4t_0 e^{-\frac{t_0}{2}}$$

$$\text{Der Grenzwert ist } \lim_{t_0 \rightarrow \infty} Q(t_0) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} 4t_0 e^{-\frac{t_0}{2}} = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} 4 \frac{t_0}{e^{\frac{t_0}{2}}} = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} 4 \frac{1}{\frac{1}{2} e^{\frac{t_0}{2}}} = 0$$

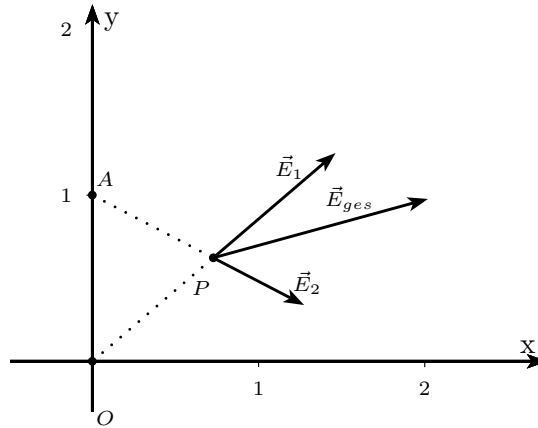
Dabei wurde die Regel von de L'Hospital für einen uneigentlichen Ausdruck $\frac{\infty}{\infty}$ verwendet.

$$\text{Die umgesetzte Energie (Joulesche Wärme) ist gleich } W = \int_0^{t_0} R \cdot i^2(t) dt = \int_0^{t_0} 3 \cdot \left(4e^{-\frac{t}{2}} \left(1 - \frac{t}{2} \right) \right)^2 J dt =$$

$$48 J \cdot \int_0^{t_0} e^{-t} \left(1 - \frac{t}{2} \right)^2 dt$$

Problemstellung 2

- Der resultierende Feldstärkevektor ist die Summe der beiden Einzelfeldstärken. Für Punkte, die nicht zwischen den Ladungen liegen, können sich die beiden Vektoren nicht aufheben.



Zwischen den beiden Ladungen existiert ein Punkt, an dem sich die Feldstärkevektoren aufheben. Sie zeigen dort in entgegengesetzte Richtungen und haben dieselbe Stärke:

$$k_C \frac{4q}{y^2} = k_C \frac{q}{(1-y)^2} \Rightarrow 4(1-y)^2 = y^2 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

Die Lösung $y = 2$ liegt außerhalb der Punkte, dort zeigen die Feldstärke in die gleiche Richtung, heben sich also nicht auf.

In diesem Punkt ist eine Ladung in einem labilen Zustand, da eine beliebig kleine Verschiebung aus diesem Punkt dafür sorgt, dass sich die Ladung von dieser Gleichgewichtslage entfernt.

Nur eine positive Ladung, die exakt auf der Verbindungslinie verschoben wird, erfährt bei diesem Problem eine Kraft in Richtung Gleichgewichtslage. Man kann das Problem mit einem Sattel vergleichen.

- Der Abstand r der beiden Ladungen beträgt nach dem Satz von Pythagoras $r = \sqrt{1+x^2}$

Die elektrostatische potentielle Energie des Systems ist gleich $E_{pot} = k_C \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r} = k_C \cdot \frac{4q^2}{\sqrt{1+x^2}}$,

wobei $k_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ die Coulomb-Konstante ist. Dies kann durch Integration gezeigt werden. Die Ladung Q_1 wird im Ursprung fixiert, die Ladung Q_2 wird aus dem Unendlichen bis zum Abstand R verschoben:

$$E_{pot} = \int_{\infty}^R -k_C \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} dr = k_C \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{R}$$

- Kurvendiskussion:

(a) Die Funktion ist überall stetig und differenzierbar und hat die Definitionsmenge $D = \mathbb{R}$ und die Wertemenge $W =]0; 4k_C q^2]$ (Begründung siehe unten).

(b) Da $E_{pot}(-x) = E_{pot}(x)$ ist, ist die Funktion eine gerade Funktion und somit achsensymmetrisch bezüglich der y -Achse.

(c) Die Funktion hat keine Nullstellen und verläuft im I. und II. Quadranten.

(d) Die Gleichung $E'_{pot}(x) = -\frac{4k_C q^2 x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$ hat nur die Lösung $x = 0$. Da $E''_{pot}(0) = -4k_C q^2 < 0$ ist, hat die Funktion genau einen Extremwert, nämlich den Hochpunkt $(0, 4k_C q^2)$. Der Graph der Funktion ist für $x < 0$ streng monoton steigend und für $x > 0$ streng monoton fallend.

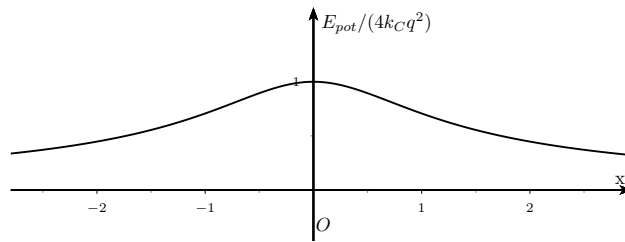
(e) Es gilt $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} E_{pot}(x) = 0$ und deshalb bildet die x -Achse eine Asymptote an den Graphen.

- (f) $E''_{pot}(x) = \frac{4k_C q^2(2x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}}$ hat genau zwei Nullstellen, nämlich $x_{1/2} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. Damit erhält man durch Einsetzen in $E_{pot}(x)$ die Wendepunkte $W_1 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 4\sqrt{\frac{2}{3}}k_C q^2 \right)$ und $W_2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 4\sqrt{\frac{2}{3}}k_C q^2 \right)$.

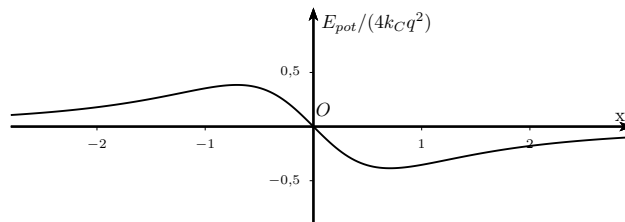
Zwischen den beiden Wendepunkten ist die Funktion rechtsgekrümmt, ansonsten ist sie überall linksgekrümmt.

- (g) Für die Steigung der Wendetangente ergibt sich $E'_{pot} \left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \mp \frac{8k_C q^2}{3\sqrt{3}}$

- (h) Schaubild:



4. Es gilt: $E'_{pot}(x) = -\frac{4k_C q^2 x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$. Man erkennt, dass $E'_{pot}(-x) = -E'_{pot}(x)$ gilt, diese Ableitungsfunktion also ungerade ist und deshalb der Graph von E'_{pot} punktsymmetrisch bezüglich des Ursprungs verläuft.



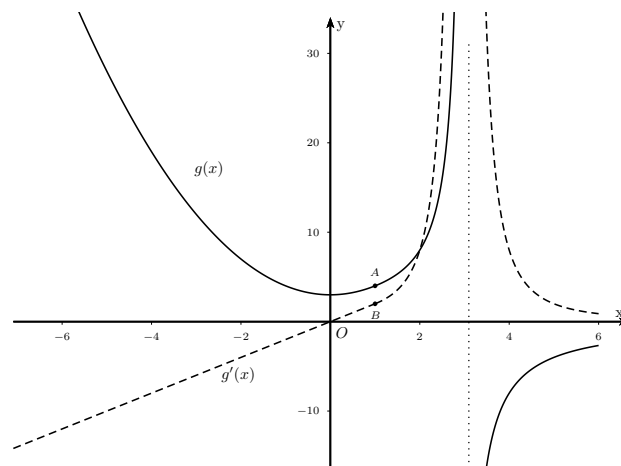
Der Wert des Integrals ist 0, da jede ungerade Funktion von $-m$ bis m integriert diese Eigenschaft besitzt (die negativen und positiven Werte heben sich auf).

Frage 1

Es gilt $g'(x) = \begin{cases} -2ax & b \\ -\frac{b}{(x-3)^2} \end{cases}$

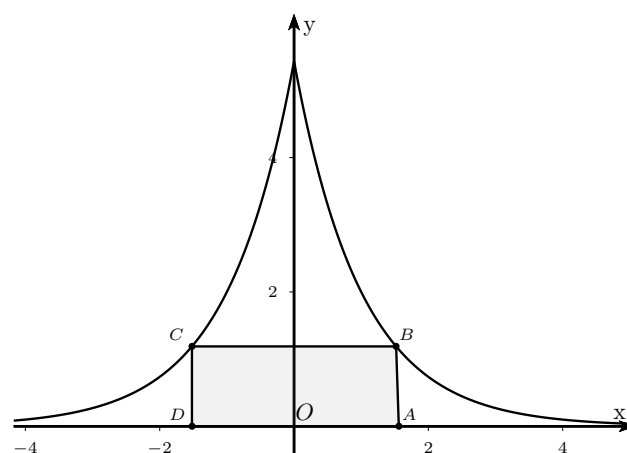
Es sei $g_1(x) = 3 - ax^2$ und $g_2(x) = \frac{b}{x-3}$. Die Differenzierbarkeit setzt die Stetigkeit voraus, so erhält man ein Gleichungssystem aus $g_1(1) = g_2(1)$ und $g'_1(1) = g'_2(1)$, bzw. $3 - a = \frac{b}{-2}$ und $-2a = \frac{-b}{4}$ und daraus die gesuchten Werte $a = -1$ und $b = -8$.

Zur Veranschaulichung:



Frage 2

Zur Veranschaulichung:



Es sei $A = (x|y) = (x|2e^{1-x})$ mit $x > 0$ (vgl. Abbildung). Dann gilt für die Fläche des Rechtecks

$$F(x) = 2x \cdot y = 2x \cdot 2e^{1-x} = 4xe^{1-x}$$

Aus $F'(x) = 0$ erhält man die Gleichung $4e^{1-x}(1-x) = 0$ mit der einzigen Lösung $x = 1$. Da $F''(1) = -4 < 0$ ist, handelt es sich bei $x = 1$ um eine Maximalstelle. Aus $x = 1$ folgt, dass die Rechtecksseiten jeweils die

Länge 2 haben und es sich deshalb um ein Quadrat handelt.

Der Umfang eines eingeschriebenen Rechtecks ist $U = 2 \cdot 2e^{1-x} + 4x$, die Ableitung $U' = -4 \cdot e^{1-x} + 4$. Dort hat sie den Wert $U'(x = 1) = 0$, der Umfang ist dort 8, die zweite Ableitung ist dort $U''(x = 1) = 4 > 0$, also liegt ein relatives Minimum vor. Die Randextrema sind ∞ und $4e \approx 10,87 > 8$, daher liegt bei $x = 1$ ein absolutes Minimum vor, was zu zeigen war.

Frage 3

1. Für die erste Ziehung gibt es eine „günstige“ und 16 „mögliche“ Fälle, für die 2. und 3. Ziehung gibt es jeweils 9 günstige und immer noch 16 mögliche Fälle, also:

$$\frac{1}{16} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{9}{16} = \frac{81}{4096} \approx 1,98\%$$

2. • Lösung mit Baumdiagramm:

Es gibt 5 mögliche Äste im Baumdiagramm (die 13 beim ersten, zweiten, ..., fünften Zug), die alle gleich wahrscheinlich sind:

$$P = 5 \cdot \frac{1 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12} \approx 11,33\%$$

- Lösung mit Kombinatorik:

günstige Fälle: $\binom{12}{4}$ (13 ist fix, bleiben 4 aus den Zahlen 1 bis 12), mögliche Fälle: $\binom{16}{5}$

$$\text{also ist } P = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{16}{5}} \approx 11,33\%$$

Frage 4

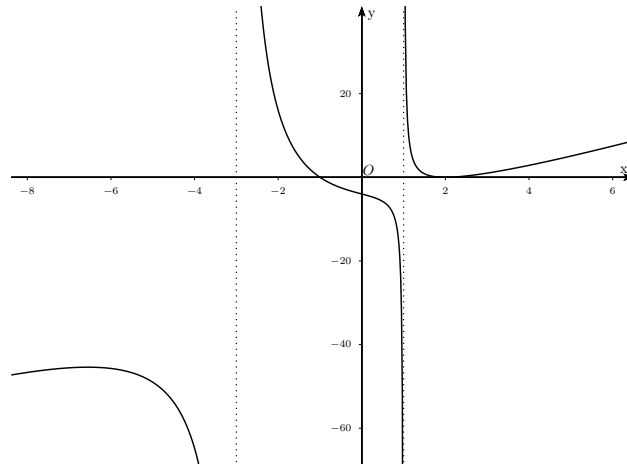
An der Stelle $x = -1$ muss die Funktion (mindestens) eine einfache und an der Stelle $x = 2$ eine doppelte Nullstelle haben. Daher enthält $s(x)$ die Faktoren $(x + 1)$ und $(x - 2)^2$.

Nullstellen im Nenner, welche nicht gleichzeitig Nullstellen im Zähler sind, führen zu vertikalen Asymptoten, somit muss $t(x)$ die Faktoren $(x + 3)$ und $(x - 1)$ enthalten.

Funktionen, die diese Eigenschaft besitzen, können folgende Gleichung: $f(x) = k \frac{(x + 1) \cdot (x - 2)^2}{(x + 3)(x - 1)}$ haben, wobei k ein konstanter Faktor ist.

Damit $f(7) = 10$ ist, muss $k = 3$ sein.

$$f(x) = \frac{3(x + 1) \cdot (x - 2)^2}{(x + 3)(x - 1)}$$



Frage 5

- Mit Hilfe der quadratischen Ergänzung kann die Gleichung wie folgt umgeformt werden:

$$\begin{aligned}
 x^2 - 2x + y^2 + z^2 + 6z &= 0 \\
 x^2 - 2x + 1 + y^2 + z^2 + 6x + 9 &= 1 + 9 \\
 (x - 1)^2 + (y - 0)^2 + (z + 3)^2 &= 10
 \end{aligned}$$

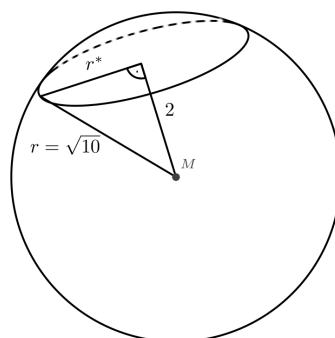
Es handelt sich also um eine Kugel mit Mittelpunkt $(1|0|-3)$ und Radius $\sqrt{10}$

Für den Abstand der Ebene vom Mittelpunkt der Kugel ergibt sich:

$$d = \left| \frac{3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + 6 \cdot (-3) + 1}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} \right| = 2 < \sqrt{10}$$

Da dieser Abstand kleiner als der Kugelradius ist, schneidet die Ebene die Kugel.

- Durch den Satz des Pythagoras erhält man den gesuchten Schnittkreisradius r^* (vgl. Abbildung):



$$r^* = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (2)^2} = \sqrt{6}$$

Frage 6

Aus $x(t) = \frac{1}{27}t^3 + \frac{2}{9}t^2$ folgt $v(t) = \dot{x}(t) = \frac{1}{9}t^2 + \frac{4}{9}t$ und $a(t) = \ddot{x}(t) = \frac{2}{9}t + \frac{4}{9}$. Da die Beschleunigung nicht konstant ist handelt es sich nicht um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Für die Durchschnittsgeschwindigkeit gilt: $\bar{v} = \frac{x(9) - x(0)}{9 - 0} = 5m/s$

Aus $5 = v(t)$ folgt aus der quadratischen Gleichung die positive Lösung $t = 5s$.

Frage 7

Bei Stößen bleibt der Gesamtimpuls konstant:

$$p_{vor} = m_1 \cdot v_{1\text{ vor}} + m_2 \cdot v_{2\text{ vor}} = p_{nach} = m_1 \cdot v_{1\text{ nach}} + m_2 \cdot v_{2\text{ nach}}$$

1. Beim vollständig elastischen Stoß bleibt auch die gesamte kinetische Energie erhalten:

$$\frac{1}{2}m_1 \cdot v_{1\text{ vor}}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_{2\text{ vor}}^2 = \frac{1}{2}m_1 \cdot v_{1\text{ nach}}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_{2\text{ nach}}^2$$

Nun können die Angaben eingesetzt werden:

Impulserhaltung:

$$m \cdot v = m \cdot v_{1\text{ nach}} + 3m \cdot v_{2\text{ nach}} \Rightarrow v = v_{1\text{ nach}} + 3 \cdot v_{2\text{ nach}} \Rightarrow v_{1\text{ nach}} = v - 3 \cdot v_{2\text{ nach}}$$

Erhaltung der kinetischen Energie:

$$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = \frac{1}{2}m \cdot v_{1\text{ nach}}^2 + \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot v_{2\text{ nach}}^2 \Rightarrow v^2 = v_{1\text{ nach}}^2 + 3 \cdot v_{2\text{ nach}}^2$$

Setzt man das Ergebnis der Impulserhaltung ein, so erhält man

$$v^2 = (v - 3 \cdot v_{2\text{ nach}})^2 + 3 \cdot v_{2\text{ nach}}^2 \Rightarrow 0 = 6(2v_{2\text{ nach}}^2 - v_{2\text{ nach}} \cdot v) \Rightarrow v_{2\text{ nach}} = \frac{1}{2}v \quad \text{oder} \quad v_{2\text{ nach}} = 0$$

Die zweite Lösung würde bedeuten, dass kein Stoß stattgefunden hat.

Aus $v_{2\text{ nach}} = \frac{1}{2}v$ folgt $v_{1\text{ nach}} = -\frac{1}{2}v$

Das quadratische Gleichungssystem kann auch allgemein gelöst werden. Zunächst wird geschickt umgeformt:

Impulsgleichung: $m_1 \cdot v_{1\text{ vor}} - m_1 \cdot v_{1\text{ nach}} = m_2 \cdot v_{2\text{ nach}} - m_2 \cdot v_{2\text{ vor}} \Rightarrow$

$$m_1 \cdot (v_{1\text{ vor}} - v_{1\text{ nach}}) = m_2 \cdot (v_{2\text{ nach}} - v_{2\text{ vor}})$$

kinetische Energie: $\frac{1}{2}m_1 \cdot v_{1\text{ vor}}^2 - \frac{1}{2}m_1 \cdot v_{1\text{ nach}}^2 = +\frac{1}{2}m_2 \cdot v_{2\text{ nach}}^2 - \frac{1}{2}m_2 \cdot v_{2\text{ vor}}^2 \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m_1 \cdot (v_{1\text{ vor}}^2 - v_{1\text{ nach}}^2) = \frac{1}{2}m_2 \cdot (v_{2\text{ nach}}^2 - v_{2\text{ vor}}^2) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 \cdot (v_{1\text{ vor}} - v_{1\text{ nach}})(v_{1\text{ vor}} + v_{1\text{ nach}}) = \frac{1}{2}m_2 \cdot (v_{2\text{ nach}} - v_{2\text{ vor}})(v_{2\text{ nach}} + v_{2\text{ vor}})$$

Mit der Impulsgleichung kann auf der rechten Seite der Term $m_2 \cdot (v_{2\text{ nach}} - v_{2\text{ vor}})$ durch $m_1 \cdot (v_{1\text{ vor}} - v_{1\text{ nach}})$ ersetzt werden.

$$\text{Daher gilt: } \frac{1}{2}m_1 \cdot (v_{1\text{ vor}} - v_{1\text{ nach}})(v_{1\text{ vor}} + v_{1\text{ nach}}) = \frac{1}{2}m_1 \cdot (v_{1\text{ vor}} - v_{1\text{ nach}})(v_{2\text{ nach}} + v_{2\text{ vor}})$$

Kürzen liefert $v_{1\text{ vor}} + v_{1\text{ nach}} = v_{2\text{ nach}} + v_{2\text{ vor}}$

Kombiniert mit der Impulsgleichung ist das Gleichungssystem jetzt linear.

Es kann nun allgemein gelöst werden oder wir setzen direkt die Angaben ein:

$$v + v_{1\text{ nach}} = v_{2\text{ nach}};$$

Aus der Impulsgleichung erhält man $m \cdot v = m \cdot v_{1\text{ nach}} + 3m \cdot v_{2\text{ nach}} \Rightarrow v = v_{1\text{ nach}} + 3v_{2\text{ nach}};$

Kombiniert man diese Gleichungen, dann gilt: $v = v_{1\text{ nach}} + 3(v + v_{1\text{ nach}}) \Rightarrow$

$$v_{1\text{ nach}} = -\frac{1}{2}v; \quad v_{2\text{ nach}} = \frac{1}{2}v$$

2. Beim vollkommen unelastischen Stoß bewegen sich die Massen nach dem Stoß gemeinsam weiter, es gibt also nur mehr eine Geschwindigkeit:

$$p_{vor} = m_1 \cdot v_{1\ vor} + m_2 \cdot v_{2\ vor} = p_{nach} = (m_1 + m_2) \cdot v_{nach}$$

Mit den angegebenen Daten gilt:

$$m \cdot v = 4m \cdot v_{nach} \Rightarrow v_{nach} = \frac{1}{4}v$$

Änderung der kinetischen Energie:

$$\Delta E_{kin} = E_{kin\ nach} - E_{kin\ vor} = \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot \left(\frac{v}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = -\frac{3}{8}mv^2$$

Die relative Änderung der kinetischen Energie ist $\frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin\ vor}} = -0,75$ Somit nimmt die kinetische Energie um 75% ab.

Frage 8

Das Induktionsgesetz lautet

$$U_{ind} = -\dot{\phi} = -\dot{B} \cdot A$$

da die Fläche $A = a^2$ konstant ist.

$$\dot{B} = B_0\omega \cos(\omega t) \Rightarrow U_{ind} = -B_0a^2\omega \cos(\omega t)$$

$$I = \frac{U}{R} = -\frac{B_0a^2\omega}{R} \cos(\omega t)$$

Die physikalischen Größen haben folgende Einheiten:

Die magnetische Feldstärke B wird in Tesla (T) gemessen.

Die elektrische Spannung U hat die Einheit Volt (V).

Die Einheit des elektrischen Widerstandes R ist Ohm (Ω).

Die Einheit der Stromstärke I ist das Ampere (A).

Der magnetische Fluss Φ hat die Einheit Weber (Wb).

Die Länge a der Leiterschleife wird in der Einheit Meter (m) angegeben.

Die Fläche A hat die Einheit Quadratmeter (m^2).

Die Winkelgeschwindigkeit ω hat die Einheit Radiant pro Sekunde (rad/s).