



## Neue Testbeispiele für die Sekundarschule II Grades

Aktualisiert am 8. April 2011  
Hinzugefügte Änderungen: Fragestellungen D12, D14, D15

Übersetzt von Stefania Unterfrauner

# DIE FRAGESTELLUNGEN DER FACHPRÜFUNG

## MATHEMATIK DER II. KLASSE DER

### SEKUNDARSCHULE ZWEITEN GRADES

Die Aufgabenstellungen, die in diesem Dokument enthalten sind, sollen nur einige Beispiele dafür sein, wie die Fragen aus der Fachprüfung Mathematik der II. Klasse der Sekundarschule zweiten Grades strukturiert sind. Es handelt sich also um Musterbeispiele der Fragestellungen (was die Form, den Inhalt und die Schwierigkeitsstufe anbelangt) und NICHT um eine Simulation des Test-Fragebogens.

Wie alle Tests der nationalen Evaluationsstelle, so sollen die Fragestellungen des Fragebogens zwei Bewertungskriterien auf vollständige und ausgeglichene Art und Weise abdecken: die Richtung der *einbezogenen Bereiche* und der *aktivierten Fertigkeiten*, immer unter Beachtung der Grenzen und Grundeinschränkungen eines standardisierten Tests.

Die Kriterien der nationalen Evaluationsstelle sind die vier folgenden:

- Zahlen
- Relationen und Funktionen
- Ebene und Raum
- Daten und Zufall.

Was den Bereich der *aktivierten Prozesse* betrifft, so werden die Fragestellungen, die Gegenstand der Bewertung sind, vom aktuell verfügbaren Referenzrahmen (welcher die allgemeine Struktur der Evaluationsstelle darstellt, obwohl er für den ersten Abschnitt ausgearbeitet wurde) in 8 Punkte untergliedert:

- 1) Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...*)
- 2) Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich...*)
- 3) Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen und von einer in die andere übergehen können (*mündlich, schriftlich, symbolisch...*)
- 4) Probleme durch mathematische Instrumente lösen können (*nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemata erkennen, wie z.B. Rechenfolgen, den Lösungsvorgang angeben...*)
- 5) In unterschiedlichen Kontexten den messbaren Charakter der Objekte und Phänomene erkennen und Messinstrumente anwenden können (*die geeignetste Maßeinheit oder das geeignetste Messgerät in einem bestimmten Kontext erkennen können, eine Größe schätzen können...*)
- 6) Sich schrittweise die typischen Formen des mathematischen Denkens aneignen (*vermuten, überprüfen, definieren, verallgemeinern...*)
- 7) Die erlernte Mathematik zur quantitativen Datenverarbeitung im wissenschaftlichen, technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich einsetzen (*ein Phänomen quantitativ beschreiben, die Beschreibung eines Phänomens in quantitativer Hinsicht mit statistischen Instrumenten oder Funktionen interpretieren, die mathematischen Modelle anwenden, um Sachlagen und Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren...*)
- 8) Die Formen im Raum erkennen können (*die Formen in verschiedenen Darstellungen erkennen können, Beziehungen zwischen Formen, Bildern oder visuellen Darstellungen herstellen können, dreidimensionale Objekte von einer zweidimensionalen Darstellung ausgehend erkennen können und umgekehrt, einen Körper in der Ebene darstellen, die Eigenschaften der Objekte und deren entsprechende Stellungen erfassen können...*).

In dieser ersten Phase der Ausdehnung der Erhebungen der nationalen Evaluationsstelle auf die Sekundarstufe zweiten Grades (zweite Klasse) ist der Test für *alle* Schüler gleich, ohne Unterschiede zwischen den verschiedenen Schultypen<sup>1</sup>.

Die nachfolgenden Fragestellungen wurden von den Lehrkräften der nationalen Evaluationsstelle vorgeschlagen und beziehen sich auf die Inhalte, welche im kulturellen Bereich der Schulpflicht (Ministerialdekret/D.M. 22 08 2007) ausdrücklich angegeben wurden.

In einigen Fällen wurden die Fragestellungen umgestaltet, wobei man von jenen Fragestellungen ausging, die Gegenstand der Diskussion und Recherche in verschiedenen Bereichen der Vertiefung waren.

Für jede Fragestellung sind die richtigen Antworten und einige allgemeine Richtlinien zur Korrektur der offenen Fragen mit begründeter Antwort angegeben.

---

<sup>1</sup> Auch wenn der Test für alle Schulrichtungen gleich ist, bedeutet dies nicht, dass die Datenrückgabe undifferenziert ausfallen muss. Das INVALSI kümmert sich darum, Ergebnisse und Vergleichsmaßstäbe auf nationaler und regionaler Ebene aufzuzeigen, welche es jeder Schule erlauben werden, sich mit anderen ähnlichen Fachrichtungen zu konfrontieren.

**Die Rahmenrichtlinien im zweiten Schul und Bildungszyklus: Der mathematische Überblick**

Kompetenzen	Fähigkeiten	Kenntnisse
<p>Die Rechentechniken und -verfahren der Arithmetik und der Algebra anwenden, wobei diese auch in graphischer Form darzustellen sind</p>	<p>Die logisch-operative Bedeutung von Zahlen verstehen, welche verschiedenen Zahlensystemen angehören.            Verschiedene Notationen verwenden und von einer in die andere übergehen können (von Brüchen zu Dezimalzahlen, von scheinbaren Brüchen zu ganzen, von Prozentwerten zu Brüchen...).</p> <p>Die Bedeutung von Potenz verstehen, Potenzen ausrechnen und deren Eigenschaften anwenden.            Kurze Ausdrücke in unterschiedlichen Zahlenmengen lösen.            Die Lösung eines Problems mit einem Ausdruck darstellen und dessen Wert auch mit dem Taschenrechner ausrechnen.            Kurze Anleitungen in symbolische Sequenzen (auch mit Tabellen) umwandeln können.            Rechenfolgen und Aufgabenstellungen lösen, indem die Buchstabenwerte durch Zahlenwerte ersetzt werden.            Die logisch-operative Bedeutung von Relation und abgeleitete Größe verstehen.            Die Gleichheiten der Relationen ansetzen, um Aufgabenstellungen über Proportionen und Relationen zu lösen; einfach direkte oder inverse Probleme lösen,            Gleichungen ersten Grades lösen und die Korrektheit der angewandten Verfahren überprüfen.            Gleichungen ersten Grades graphisch darstellen. Das Konzept von Gleichung und Funktion verstehen            Gleichungssysteme ersten Grades anhand von Anleitungen lösen und die Korrektheit der Ergebnisse überprüfen.</p>	<p>Die Zahlenmengen <math>N</math>, <math>Z</math>, <math>Q</math>, <math>R</math>; Darstellungen, Operationen, Ordnung</p> <p>Die Nummerierungssysteme</p> <p>Algebraische Ausdrücke, die wichtigsten Operationen</p> <p>Gleichungen und Ungleichungen ersten Grades</p> <p>Gleichungs- und Ungleichungssysteme ersten Grades</p>

Kompetenzen	Fähigkeiten	Kenntnisse
<p>Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Relationen zu erkennen sind</p> <p>Die geeignete Lösungsstrategie für bestimmte Aufgabenstellungen finden</p>	<p>Die wichtigsten euklidischen Elemente, Figuren und geometrische Örter erkennen und mit einer natürlichen Sprache beschreiben</p> <p>Die wichtigsten Eigenschaften der Figuren feststellen und in konkreten Situationen wiedererkennen</p> <p>Geometrische Figuren mit einfachen graphischen und operativen Techniken zeichnen</p> <p>Die wichtigsten Formeln bezüglich der Geraden und der geometrischen Figuren auf der kartesischen Ebene anwenden</p> <p>Im Falle guter Lesbarkeit, geometrische Aufgabenstellungen lösen und das Lösungsverfahren wieder durchgehen</p> <p>Die wichtigsten logischen Schritte eines Beweises verstehen</p> <p>Einen Lösungsweg planen, welcher in Etappen strukturiert ist</p> <p>Den Lösungsweg einer Aufgabenstellung mittels algebraischer und graphischer Modelle formalisieren</p> <p>Die erzielten Ergebnisse, sowohl empirisch, als auch durch Argumentationen begründen</p> <p>Von der natürlichen Sprache aus in die algebraische übersetzen und umgekehrt</p>	<p>Die wichtigsten euklidischen Elemente und die Bedeutung der Begriffe: Axiom, Satz und Definition</p> <p>Die euklidische Ebene: Relationen zwischen Geraden; Kongruenz der Figuren, Vielecke und ihre Eigenschaften;</p> <p>Kreisumfang und Kreis</p> <p>Größenangaben, unermessliche Größen, Umfang und Fläche von Vielecken, Sätze des Euklid und des Pythagoras</p> <p>Der Thalessatz und seine Folgen</p> <p>Die Methode der Koordinaten: Die kartesische Ebene</p> <p>Geometrische Interpretation der Gleichungssysteme</p> <p>Elementare geometrische Transformationen und ihre Invarianten</p> <p>Die Lösungsphasen einer Aufgabenstellung und ihre Darstellung durch Diagramme</p> <p>Die wichtigsten Darstellungen eines mathematischen Objekts</p> <p>Lösungstechniken einer Aufgabenstellung, welche Brüche, Proportionen, Prozentwerte, geometrische Formeln, Gleichungen und Ungleichungen ersten Grades verwenden</p>

Kompetenzen	Fähigkeiten	Kenntnisse
Daten analysieren und interpretieren, wobei deduktive Verfahren und Überlegungen über dieselben auch mit Hilfe graphischer Darstellungen zu entwickeln sind. Dabei sind bewusst die Recheninstrumente und die Möglichkeiten, welche von spezifischen Anwendungen der Informatik geboten werden, einzusetzen	<p>Eine Datenmenge sammeln, organisieren und darstellen</p> <p>Datenklassen durch Histogramme und Tortendiagramme darstellen</p> <p>Tabellen und Graphen hinsichtlich der Übereinstimmung zwischen Elementen zweier Mengen lesen und interpretieren</p> <p>Die Relation zwischen Variablen hinsichtlich der direkten oder der inversen Proportionalität erkennen und diese durch eine mathematische Funktion formalisieren</p> <p>Auf der kartesischen Ebene den Graphen einer Funktion darstellen</p> <p>Die Größenordnung eines Ergebnisses abwägen können</p> <p>Einfache Rechnungen durch ein elektronisches Datenblatt verarbeiten und abwickeln.</p> <p>Ein elektronisches Datenblatt erarbeiten und verwalten, um die Ergebnisse der durchgeführten Rechnungen graphisch darzustellen</p>	<p>Bedeutung der Analyse und Organisation numerischer Daten</p> <p>Die kartesische Ebene und der Begriff der Funktion</p> <p>Funktionen von direkter und inverser Proportionalität und dementsprechende Graphen, lineare Funktionen</p> <p>Ungewissheit einer Größe und der Begriff des Fehlers</p> <p>Die wissenschaftliche Notation für reelle Zahlen</p> <p>Begriff und die Methoden eines Näherungsverfahrens</p> <p>Die Maschinenzahlen</p> <p>Der Begriff des Näherungsverfahrens</p> <p>Einfache Anwendungen, welche es erlauben ein elektronisches Datenblatt mit den entsprechenden graphischen Formen zu erstellen und zu bearbeiten</p>

## Beispielfragen

- D1. Die Formel, welche die Grade auf der Celsiusskala mit denen auf der Fahrenheitskala  $F$  verbindet, lautet

$$C = \frac{5(F - 32)}{9}$$

- a. Ein Thermometer registriert eine Temperatur von 95 Grad Fahrenheit. Wie viel Grad Celsius entsprechen 95 Grad Fahrenheit?

Antwort.....

- b. Welche Formel erlaubt es, die Temperatur in Fahrenheit zu berechnen, wenn man die Temperatur in Grad Celsius kennt?

A.  $F = \frac{9C + 160}{5}$

B.  $F = \frac{C + 41}{5}$

C.  $F = \frac{C + 9}{160}$

D.  $F = \frac{32 - 9C}{5}$

- a. Richtige Antwort: 35 °C

**Typologie:** offene eindeutige Antwort

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen

**Vorwiegender Prozess** – Die Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Techniken und die Verfahren der algebraischen Rechnung verwenden. Rechenfolgen und Fragestellungen durch Einsetzen von numerischen Werten für Variablen lösen.

- b. Richtige Antwort: A

**Typologie:** Multiple-Choice-Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen

**Vorwiegende Fertigkeit**– Algorithmen und Verfahren (mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen) kennen und beherrschen.

**Neue Rahmenrichtlinie**- Die Rechentechniken und -verfahren der Algebra anwenden. Von der natürlichen Sprache in die algebraische übersetzen und umgekehrt.

**D2. Man weiß, dass  $a < b$  und  $ab < 0$ .**

**Welche der nachfolgenden Beziehungen ist mit Sicherheit wahr?**

A.  $a^2 > b^2$

B.  $a^2 < b^2$

C.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

D.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

**Richtige Antwort : D**

**Typologie:** Multiple-Choice-Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen

**Vorwiegende Fertigkeit-** Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen*).

**Neue Rahmenrichtlinie:** Die Rechentechniken und –verfahren der Arithmetik und der Algebra anwenden. Die Zahlenmengen: Ordnung

**D3. Von einem Quadrat der Seite  $a$  wird in seinem Inneren ein Quadrat mit der Seite  $b$  ausgeschnitten ( $b < a$ ). Welcher der nachfolgenden algebraischen Ausdrücke erlaubt es, die übrige Fläche des ursprünglichen Quadrats auszurechnen?**

A.  $a - b$

B.  $(a - b)(a + b)$

C.  $a^2 + b^2$

D.  $(a - b)^2$

**Richtige Antwort : B**

**Typologie:** Multiple-Choice-Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen.

**Vorwiegende Fertigkeit –** Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen*)

**Neue Rahmenrichtlinie** Die Rechentechniken und –verfahren der Arithmetik und Algebra anwenden. Die Lösung einer Aufgabe mit einem Ausdruck darstellen.



D4. “Die Summe zweier aufeinanderfolgender ungerader Zahlen ist immer ein Vielfaches von 4”. Welcher der nachfolgenden mathematischen Ausdrücke kann als Beweis für die vorherige Aussage gelten?

- A.  $2d + 2d = 4d$
- B.  $3 + 5 = 8$  e  $5 + 7 = 12$
- C.  $(2k + 1) + (2k + 3) = 4k + 4 = 4(k + 1)$
- D.  $2k + 1 + 2k + 1 = 4k + 2$

**Richtige Antwort: C**

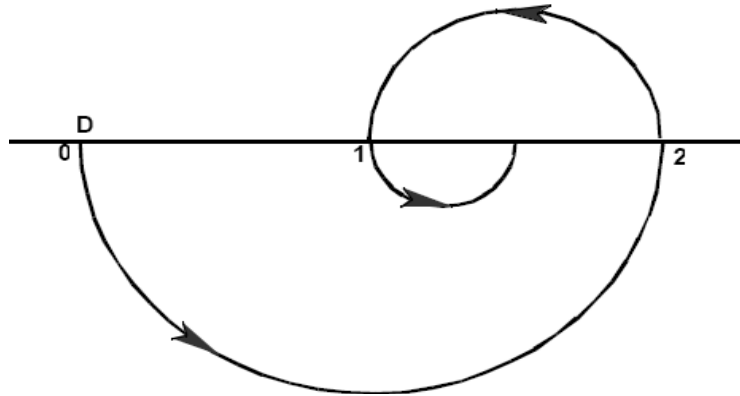
**Typologie:** Multiple- Choice - Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen.

**Vorwiegende Fertigkeit** – Sich schrittweise die typischen Formen der mathematischen Denkweise aneignen (*vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern...*)

**Neue Rahmenrichtlinie:** Die wichtigsten logischen Schritte eines Beweises verstehen

D5. Vom Punkt D (siehe Abbildung) ausgehend, beschreiben wir einen Halbkreis. Nun zeichnen wir einen weiteren Halbkreis, wobei der Radius die Hälfte vom vorherigen beträgt, und so weiter, sodass der Radius eines jeden nach dem ersten gezeichneten Halbkreises, halb so groß wie der vorherige ist.



Wenn die Strecke im Ganzen aus 4 Halbkreisen besteht, wie lang ist dann die ganze Strecke?

- A.  $\frac{15}{4}\pi$
- B.  $\frac{15}{8}\pi$
- C.  $\frac{7}{4}\pi$
- D.  $\frac{7}{2}\pi$

**Richtige Antwort:** B

**Typologie:** Multiple-Choice-Verfahren.

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen

**Vorwiegende Fertigkeit:** Aufgabenstellungen anhand mathematischer Instrumente lösen können (nützliche Informationen erkennen und verbinden, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemas von Aufgabenstellungen, etwa von Rechenfolgen, erkennen, den Lösungsvorgang angeben...)

**Neue Rahmenrichtlinie** Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Relationen zu bestimmen sind. Die Eigenschaften der Figuren bestimmen und in konkreten Situationen erkennen können. Kreisumfang und Kreis.

D6. Gegeben sei folgende Gleichung:

$$x^5 + x^4 + x + 1 = 0$$

a. Eine mögliche Lösung lautet

A.  $x = \frac{1}{4}$

B.  $x = 1$

C.  $x = 2$

D.  $x = -1$

b. Gibt es andere reelle Lösungen?

Ja

Nein

Begründe deine Antwort:

.....  
.....  
.....

a.Richtige Antwort : D

**Typologie:** Multiple-Choice-Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen.

**Vorwiegende Fertigkeit** – Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen*).

**Neue Rahmenrichtlinie:** Die Rechentechniken und -verfahren aus der Algebra verwenden. Algebraische Ausdrücke: wichtigste Operationen. Aufgabenstellungen lösen, indem Buchstaben-Variablen durch Zahlenwerte ersetzt werden.

**b.Richtige Antwort: NEIN.** Die richtige Antwort muss sich auf die Tatsache beziehen, dass das Polynom keine anderen Wurzeln hat, indem man z.B. auf das Faktorisierungsverfahren und Zusammenfassen zurückgreift.

**Typologie:** offene Frage mit begründeter Antwort.

**Vorwiegender Bereich:** Relationen und Funktionen

**Vorwiegende Fertigkeit:** - Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen*)

**Neue Rahmenrichtlinie:** Die Techniken und die Rechenverfahren aus der Algebra verwenden. Algebraische Ausdrücke: wichtigste Operationen. Aufgabenstellungen lösen, indem Buchstaben-Variablen durch Zahlenwerte ersetzt werden.

**D7. Das jährliche Durchschnittseinkommen der Landarbeiter eines bestimmten Landes beläuft sich auf 3500 Escudos und jenes der Industriearbeiter auf 4500 Escudos. Ist es korrekt daraus zu schließen, dass sich das allgemeine Durchschnittseinkommen auf 4000 Escudos beläuft?**

- A. Ja, weil man  $3500 + 4500$  addiert und die Summe durch 2 teilt und dabei genau 4000 erhält.
- B. Nein, weil die Angabe über das Durchschnittseinkommen der Arbeiter in den anderen Sektoren fehlt
- C. Man kann dies nicht genau bestimmen, weil man nicht die genaue Anzahl der Arbeiter in den zwei Sektoren kennt
- D. Ja, weil die zwei Arbeitssektoren ungefähr übereinstimmen

**Richtige Antwort: C**

**Typologie:** Multiple-Choice-Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Daten und Zufall.

**Vorwiegende Fertigkeit** – Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (*mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen*)

**Neue Rahmenrichtlinie** Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben zu entwickeln sind. Bedeutung der Analyse und Organisation der numerischen Daten.

**D8. Letzte Woche bat die Mutter ihre Tochter Aurelia, ein Manuskript am Pc abzuschreiben Aurelia versicherte ihr, dass sie 20 Seiten pro Tag tippen würde.**

**Bei der ersten Hälfte des Manuskripts kam sie eher langsam voran, da sie 10 Seiten pro Tag tippte; um die Zeit aufzuholen, schrieb sie dann 30 Seiten pro Tag ab.**

**Als sie damit fertig war, brachte sie ihrer Mutter die Abschrift und sagte: Siehst du, ich habe den Durchschnitt von 20 Seiten pro Tag, wie versprochen, eingehalten. Da  $(10+30)/2=20$ . Stimmt nicht, antwortete die Mutter.**

a. Wer hat Recht? .....

b. Erkläre, wie du zur Antwort gekommen bist

.....  
.....  
.....

**a. Richtige Antwort :** Die Mutter

**b. Richtige Antwort:** der Durchschnitt beträgt 15 Seiten pro Tag.

Jede Strategie, welche durch ein korrektes Verfahren, trotz Rechenfehler, zum Ergebnis führt, kann akzeptiert werden.

**Typologie:** offen Frage mit eindeutiger Antwort (item a); die Angabe des Rechenverfahrens wird verlangt(item b)

**Vorwiegender Bereich:** Daten und Zufall.

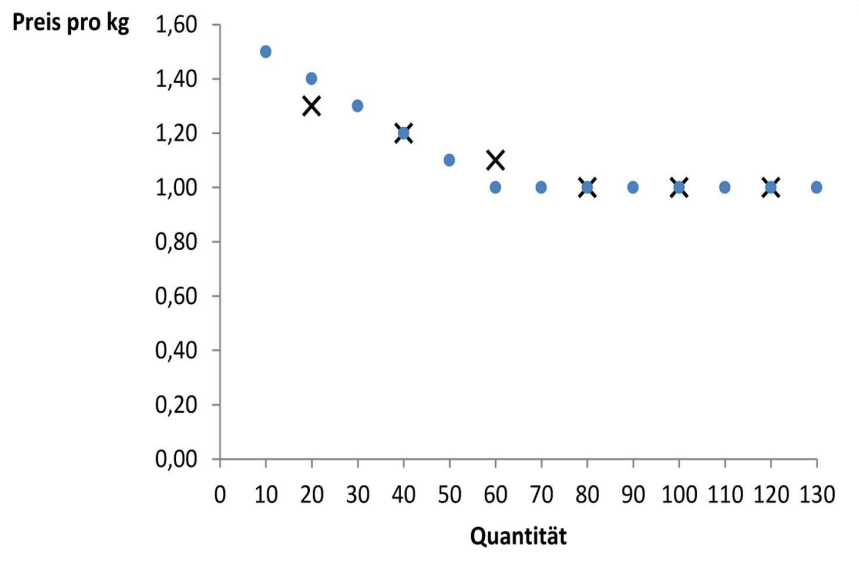
**Vorwiegende Fertigkeit** – Fragestellungen anhand der Instrumente der Mathematik lösen (*nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemata von Aufgabenstellungen, wie z.B. eine Rechenfolge erkennen können, den Lösungsweg angeben können...*)

**Neue Rahmenrichtlinie:** die geeigneten Lösungsstrategien für Aufgabenstellungen erkennen können Den Rechenweg eines Problems mittels algebraischer Modelle formulieren können

**D9. Ich beabsichtige Äpfel im Großen zu kaufen und kann zwischen zwei Betrieben wählen. Der Betrieb A verkauft Kisten zu je 10Kg, während der Betrieb B Kisten zu je 20 Kg verkauft. Im nachfolgenden Graphen sind die angewandten Preise in Funktion zur Menge angegeben.**

**• gibt den Preis des Betriebes A an**

**X gibt den Preis des Betriebes B an**



**a. Wenn ich 20 Kg Äpfel kaufen will:**

- A. lohnt es sich, beim Betrieb A einzukaufen
- B. lohnt es sich beim Betrieb B einzukaufen
- C. ist es gleichgültig, ob man beim Betrieb A oder B einkauft
- D. ich kann nicht wählen

**b. Für welche Menge ist es gleichgültig, ob man beim Betrieb A oder B einkauft?**

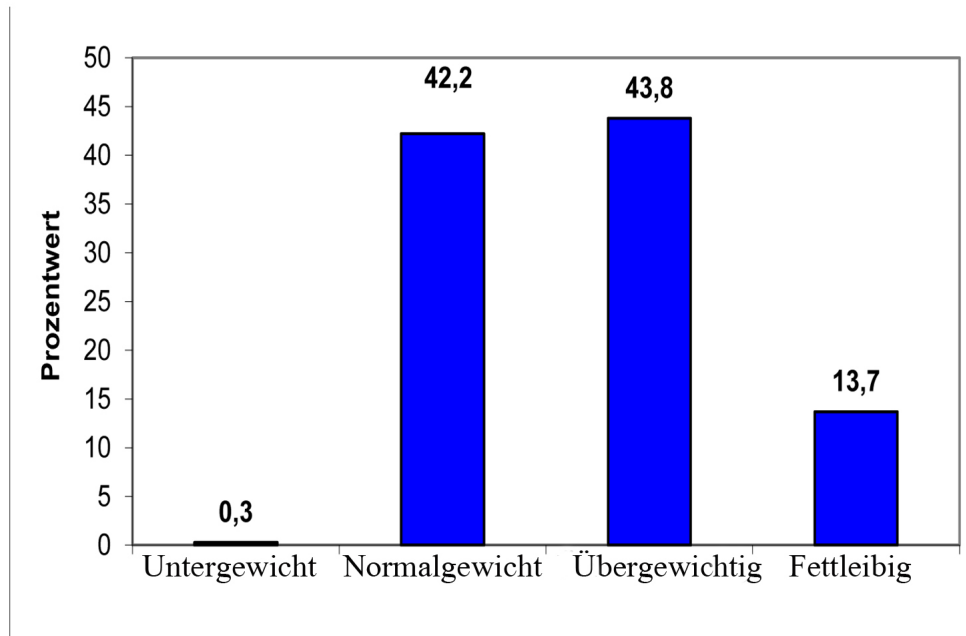
**Antwort :** .....

**a. Richtige Antwort: B**

**b. Richtige Antwort: für 40kg, 80 kg, 100 kg und 120kg.**

**Typologie:** Multiple-Choice- Verfahren (item a), offene Frage mit eindeutiger Antwort (item b)  
**Vorwiegender Bereich:** Daten und Zufall.  
**Vorwiegende Fertigkeit** – verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen (*mündlich, schriftlich, symbolisch, graphisch*)  
**Neue Rahmenrichtlinie** Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben zu entwickeln sind. Graphen lesen und interpretieren.

**D10.** In einer Umfrage über den Gesundheitszustand der Bevölkerung wurden Informationen über das Gewicht und die Größe von 1000 Befragten gesammelt. Die Befragten wurden, wie die nachfolgenden Graphen zeigen, jeweils in vier Gruppen unterteilt .



**Wie viele Personen sind übergewichtig?**

- A. Mehr als 500, aber weniger als 600.
- B. Mehr als 600.
- C. Weniger als die Summe der Personen, die untergewichtig oder fettleibig sind
- D. Ungefähr gleich viele wie die Normalgewichtigen

**Richtige Antwort: D**

**Typologie:** Multiple- Choice- Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Daten und Zufall

**Vorwiegende Fertigkeit** – Die erlernte Mathematik zur quantitativen Datenverarbeitung im wissenschaftlichen, technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich einsetzen (*ein Phänomen in quantitativer Hinsicht beschreiben, die Beschreibung eines Phänomens mit statistischen Instrumenten oder Funktionen interpretieren, mathematische Modelle verwenden, um Situationen oder Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren...*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben durchzuführen sind. Graphen lesen und interpretieren.

### D11. DAS BOXEN<sup>2</sup>

Die schweren Unfälle, welche sich in den letzten Jahren beim Boxen zugetragen haben, haben heftige Diskussionen ausgelöst, ob man diese Sportart verbieten sollte.

Hier einige der durchgeführten Umfragen:

**STICHPROBE NR. 1:** Es wurden 808 Schüler (75% davon männlich) einer Gewerbeoberschule in Genua befragt. 51,7% hat erklärt, gegen ein Boxverbot zu sein, 48,3% war dafür.

**STICHPROBE NR. 2:** Eine Zeitung aus Neapel hat eine Umfrage unter den Lesern gestartet, wobei diese aufgefordert wurden, telefonisch ihre Meinung mitzuteilen. 1120 Personen haben angerufen, 790 davon haben sich für ein Boxverbot ausgesprochen.

**STICHPROBE NR. 3:** Der Reporter einer renommierten Tageszeitung hat während einer Reise durch Italien 338 Personen in unterschiedlichen Gegenden des Landes befragt. 50% der Befragten waren Männer und 50% Frauen, wobei unterschiedliche Alters- und Gesellschaftsschichten vertreten waren. Laut Umfrage sprachen sich 231 Personen für ein Boxverbot und 107 dagegen aus.

a) Fülle die nachfolgende Tabelle aus, wobei sowohl die absoluten Werte als auch die Prozentwerte einzusetzen sind.

	Tot	DAFÜR		DAGEGEN	
		Anzahl	%	Anzahl	%
STICHPROBE 1					
STICHPROBE 2					
STICHPROBE 3					

b) Welche Stichprobe liefert deiner Meinung nach, laut vorhandenen Informationen, die glaubwürdigsten Angaben über die Meinung der Italiener hinsichtlich eines Boxverbots?

Antwort .....

Begründe deine Antwort

.....  
.....  
.....

---

<sup>2</sup> Die Aufgabenstellung wurde dem Projekt, welches vom Prof. P.Boero geleitet und verschiedenen Schülern der Sekundarschule I und II Grades im Bereich "Educare all'incertezza (zur Ungewissheit erziehen)" vorgeschlagen wurde, für die Mittelschule der Recherchezentrale der Didaktik für Mathematik der Universität Genua entnommen, (Garuti & Orlandoni, 2008, *Educare all'incertezza: un progetto per la formazione in servizio degli insegnanti di matematica, in l'insegnamento della matematica e delle Scienze integrate*, Vol.31 A-B N.6 p. 609-631). Unter der Adresse <http://web.unife.it/progetti/fardicono/statisticamente/index.htm> kann man alle Dokumente des Treffens über das Projekt herunterladen.



### a. Richtige Antwort

	Tot	DAFÜR		DAGEGEN	
		Anzahl	%	Anzahl	%
STICHPROBE 1	808	390	48,3	418	51,7
STICHPROBE 2	1120	790	70,5	330	29,5
STICHPROBE 3	338	231	68,3	107	31,7

**Typologie:** offene Frage mit eindeutiger Antwort

**Vorwiegender Bereich:** Daten und Zufall

**Vorwiegende Fertigkeit** – Die erlernte Mathematik zur quantitativen Datenverarbeitung im wissenschaftlichen, technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich einsetzen (*ein Phänomen in quantitativer Hinsicht beschreiben, die Beschreibung eines Phänomens mit statistischen Instrumenten oder Funktionen interpretieren, mathematische Modelle verwenden, um Situationen oder Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren...*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben zu entwickeln sind. Eine Datenmenge sammeln, organisieren und darstellen.

**b. Richtige Antwort:** Die Stichprobe 3, weil sie hinsichtlich der Bevölkerung am repräsentativsten ist. Alle Antworten, welche nicht nur die Stichprobe 3 angeben, sondern auch auf deren Repräsentanz Bezug nehmen, sind zu akzeptieren.

**Typologie:** offene Frage mit begründeter Antwort (item b)

**Vorwiegender Bereich:** Daten und Zufall

**Vorwiegende Fertigkeit**– Sich schrittweise die typischen Formen der mathematischen Denkweise aneignen (*vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern,....*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben zu entwickeln sind.

**D12. Vier verschiedene Telefonbetreiber bieten folgende Tarifpläne an:**

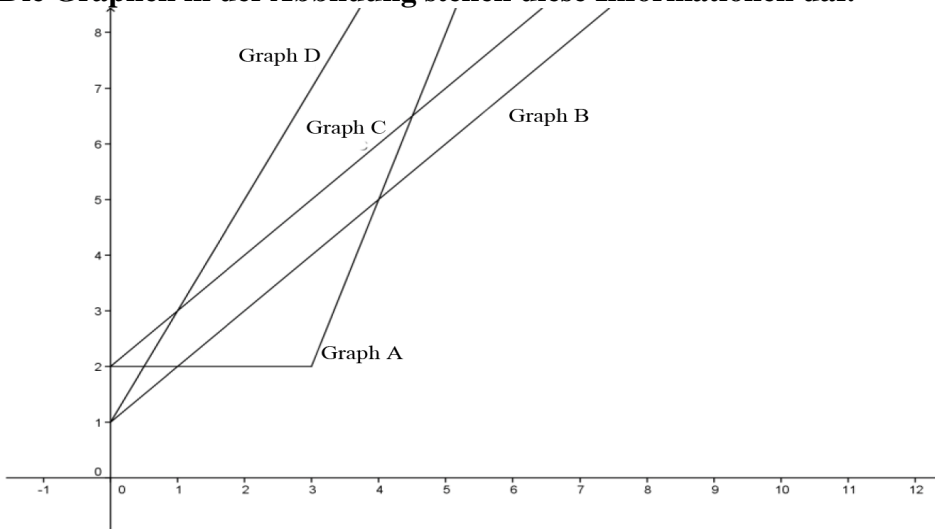
**Betreiber 1. 1 cent/min, Einrichtungsgebühren 2 cent**

**Betreiber 2. 2 cent/min, Einrichtungsgebühren 1 cent**

**Betreiber 3. Einrichtungsgebühren 2 cent, kostenlos für die ersten 3 Minuten, dann 3cent/min,**

**Betreiber 4. 1 cent/min, Einrichtungsgebühren 1 cent**

**Die Graphen in der Abbildung stellen diese Informationen dar.**



**Vervollständige diese Sätze**

1.	<b>Der Graph A entspricht dem Tarifplan des Betreibers</b>	.....
2.	<b>Der Graph B entspricht dem Tarifplan des Betreibers</b>	.....
3.	<b>Der Graph C entspricht dem Tarifplan des Betreibers</b>	.....
4.	<b>Der Graph D entspricht dem Tarifplan des Betreibers</b>	.....

**Richtige Antwort: A-3; B-4; C-1; D-2**

**Typologie:** Multiple- Choice- Verfahren  
**Vorwiegender Bereich:** Daten und Zufall  
**Vorwiegende Fertigkeit** – Die erlernte Mathematik zur quantitativen Datenverarbeitung im wissenschaftlichen, technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich einsetzen (*ein Phänomen in quantitativer Hinsicht beschreiben, die Beschreibung eines Phänomens mit statistischen Instrumenten oder Funktionen interpretieren, mathematische Modelle verwenden, um Situationen und Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren...*)  
**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben zu entwickeln sind. Graphen und Daten lesen und interpretieren.

**D13. Im Laufe der Geschichte haben verschiedene Kulturen versucht den annähernden Wert, den wir heute mit  $\pi$  (Kreiszahl pi) bezeichnen, d.h. das Verhältnis zwischen der Länge des Kreisumfangs und dessen Durchmesser, auszurechnen. In der Tabelle werden einige der benutzten Werte angegeben.**

Ägypter	Babylonier	Inder	Chinesen
$\frac{256}{81}$	$3 + \frac{1}{8}$	$\sqrt{10}$	$\frac{355}{113}$

**Wer verwendete den Ausdruck, der dem richtigen Wert am nächsten liegt?**

- A. Die Ägypter
- B. Die Babylonier
- C. Die Inder
- D. Die Chinesen

**Richtige Antwort: D**

**Typologie:** Multiple-Choice-Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Zahlen

**Vorwiegende Fertigkeit** – Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen und von einer in die andere übergehen können (*mündlich, schriftlich, symbolisch, graphisch, ...*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Rechenverfahren und -verfahren aus der Arithmetik anwenden. Verschiedene Notationen verwenden und von einer in die andere übergehen können (von Brüchen in Dezimalzahlen...)

**D14. Die physiologische Herzfrequenz liegt zwischen 60 und 100 Schlägen pro Minute. Welche ist die Größenordnung aller Herzschläge einer 80-jährigen Person?**

- A.  $10^5$
- B.  $10^8$
- C.  $10^9$
- D.  $10^{13}$

**Richtige Antwort: C**

**Typologie:** Multiple-Choice- Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Zahlen

**Vorwiegende Fertigkeit** – Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich...*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Rechentechniken und -verfahren aus der Arithmetik anwenden. Die Größenordnung eines Ergebnisses einschätzen können. Die wissenschaftliche Notation für reelle Zahlen.

**D15. In welcher der nachfolgenden Zahlenfolgen sind die Zahlen in steigender Reihenfolge angegeben?**

- A.  $-10^5, -5 \cdot 10^{-5}, 10^{-5}, 1/10^{-5}$
- B.  $-5 \cdot 10^{-5}, -10^5, 1/10^{-5}, 10^{-5}$
- C.  $-10^5, 10^{-5}, 1/10^{-5}, -5 \cdot 10^{-5}$
- D.  $-5 \cdot 10^{-5}, -10^5, 10^{-5}, 1/10^{-5}$

**Richtige Antwort: A**

**Typologie:** Multiple- Choice- Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Zahlen

**Vorwiegende Fertigkeit** – Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich...*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Rechentechniken und -verfahren aus der Arithmetik verwenden. Ordnung. Die Bedeutung von Potenz kennen, Potenzen ausrechnen und ihre Eigenschaften anwenden.

**D16. Ein Schüler setzt sich mit folgendem algebraischen Ausdruck auseinander:**

$$(a + 2)(b + 5) + 2(a - 1)(1 - b)$$

Er ersetzt den Buchstaben  $a$  durch den Wert 10 und den Buchstaben  $b$  durch einen ganzen Wert.

a. Das Ergebnis lautet 7. Warum ist das Ergebnis sicher falsch?

Antwort.....

b. Er rechnet die Aufgabe nochmals durch und erhält eines der nachfolgenden Ergebnisse. Welches ist darunter, das einzig mögliche richtige Ergebnis?

A. 10

B. 12

C. 14

D. 16

a. **Richtige Antwort:** Die richtige Antwort muss sich auf die Tatsache beziehen, dass beide Addenden gerade sind (wenn  $a=10$ ) oder den Ausdruck algebraisch ausführen, wobei man zur Faktorisierung, d.h. zur Zerlegung des Ausdrucks in Vorfaktor 2 (oder einer geraden Zahl) kommt. Auch andere korrekte Argumentationen sind zu akzeptieren.

**Typologie:** offene Frage mit begründeter Antwort

**Vorwiegender Bereich:** Zahlen

**Vorwiegende Fertigkeit** - Sich schrittweise die typischen Formen der mathematischen Denkweise aneignen (*vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern...*)

**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Techniken und Rechenverfahren aus der Algebra verwenden. Ergebnisse durch Argumentationen fundieren.

b. **Richtige Antwort: B**

**Typologie:** Multiple-Choice- Verfahren

**Vorwiegender Bereich:** Zahlen

**Vorwiegende Fertigkeit** – Sich schrittweise die typischen Formen der mathematischen Denkweise aneignen (*vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern...*)

**Neue Rahmenrichtlinie**– Die Rechentechniken und -verfahren aus der Algebra anwenden. Ergebnisse durch Argumentationen fundieren.

**D17. Auf einer Zugstrecke kostet das Ticket 8,25€. Das Monats-Abo kostet 67,30€. Wie viele Fahrten muss man innerhalb eines Monats unternehmen, damit das Abo preiswerter erscheint?**

**Antwort.....**

**Richtige Antwort: 9**

**Typologie:** offene Frage mit eindeutiger Antwort  
**Vorwiegender Bereich:** Zahlen  
**Vorwiegende Fertigkeit** - Fragestellungen anhand mathematischer Instrumente lösen können  
**Neue Rahmenrichtlinie** – Die Rechentechniken und -verfahren aus der Arithmetik anwenden. Ungleichungen ersten Grades.

**D18. Eine Standard- Pizza mit runder Form hat einen Durchmesser von 21 cm. Wie groß müsste der Durchmesser von einer Pizza für 2 Personen sein, wenn jeder die gleiche Menge der Standard- Pizza erhalten soll?**

**Antwort ..... cm**

**Richtige Antwort: Alle Werte zwischen 29cm und 30cm(inbegriffen) werden akzeptiert.**

**Typologie:** offene Frage mit eindeutiger Antwort  
**Vorwiegender Bereich:** Ebene und Raum  
**Vorwiegende Fertigkeit** – Probleme mit Instrumenten der Mathematik lösen können (*nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemata für Fragestellungen wie z.B. Rechenfolgen vergleichen, den Lösungsweg angeben...*)  
**Neue Rahmenrichtlinie:** Die geeigneten Lösungsstrategien für Fragestellungen erkennen. Lösungstechniken für Aufgabenstellungen, welche Proportionen anwenden, erarbeiten.

**D19. Zeichne in einer Ebene in Bezug auf ein orthogonales kartesisches Koordinatensystem (mit derselben Maßeinheit auf beiden Achsen) die Punkte A(4; 5), B(10; 4) und C(12; 13) ein.**

**Ist das Dreieck rechtwinklig?**

JA

NEIN

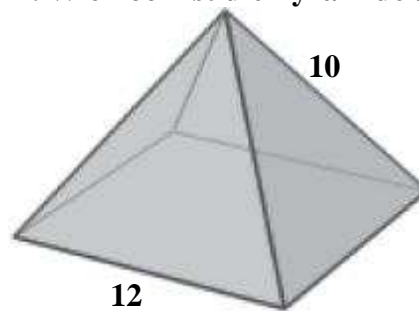
**Gib den Rechenweg an, um deine Antwort zu erhalten:**

.....  
.....  
.....

**Richtige Antwort:** Nein.

<p><b>Typologie:</b> offene Frage mit eindeutiger Antwort <b>Vorwiegender Bereich:</b> Ebene und Raum <b>Vorwiegende Fertigkeit :</b> Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (<i>im arithmetischen, geometrischen Bereich...</i>) <b>Neue Rahmenrichtlinie</b> Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Relationen zu erkennen sind. Die wesentlichen Eigenschaften der Figuren festlegen und in konkreten Situationen wiedererkennen. Satz des Pythagoras. Die wesentlichen Formeln bezüglich der geometrischen Figuren auf der kartesischen Ebene anwenden.</p>
--

**D20. Die Pyramide in der Abbildung hat eine quadratische Grundfläche mit einer Seite von 12m. Die Kante misst 10m. Wie hoch ist die Pyramide an ihrem höchsten Punkt?**



**Antwort .....**

**Richtige Antwort:**  $\sqrt{28}$  . Auch annähernde Werte wie 5,2 o 5,28 sind zu akzeptieren.

**Typologie:** offene Frage mit eindeutiger Antwort  
**Vorwiegender Bereich:** Ebene und Raum  
**Vorwiegende Fertigkeit:** Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich...*)  
**Neue Rahmenrichtlinie** Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Relationen zu erkennen sind. Wesentliche Eigenschaften der Figuren erkennen und sie in konkreten Situationen wiedererkennen. Satz des Pythagoras. Die wichtigsten Formeln bezüglich der geometrischen Figuren auf der kartesischen Ebene anwenden können.

**D21. Ein Rechteck ABCD auf der kartesischen Ebene hat die Eckpunkte in A=(1,1), B=(3,1), C=(3,5), D=(1,5). Das Rechteck A'B'C'D' erhält man aus ABCD durch eine Rotation am Ursprung um 90°entgegen dem Uhrzeigersinn. Die Koordinaten der Eckpunkte des Rechtecks A'B'C'D' sind**

A'=.....

B'=.....

C'=.....

D'=.....

**Richtige Antwort :** A' = (-1,1); B'=(-1,3); C'=(-5,3); D'=(-5,1)

**Typologie:** offene Frage mit eindeutiger Antwort  
**Vorwiegender Bereich:** Ebene und Raum  
**Vorwiegende Fertigkeit:** Algorithmen und Verfahren kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich..*)  
**Neue Rahmenrichtlinie** Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Relationen zu erkennen sind. Die kartesische Ebene. Elementare geometrische Transformationen und deren Invarianten