



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T1

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

25. November 2015

- Die Arbeit besteht aus 16 Aufgaben. Für jede Frage stehen fünf Antworten zur Auswahl; sie sind mit den Buchstaben (A), (B), (C), (D) und (E) gekennzeichnet.
- Genau eine dieser Antworten ist richtig, die anderen 4 sind falsch. Jede richtige Antwort zählt 5 Punkte, jede falsche 0 Punkte, jede Frage ohne Antwort 1 Punkt.
- Für jede Aufgabe musst du den Buchstaben, der deiner Meinung nach zur richtigen Antwort gehört, in das unten stehende Raster eintragen. Lösungen oder Korrekturen sind NICHT erlaubt. Die Benutzung eines Taschenrechners oder eines Kommunikationsinstruments ist verboten.
- Für die gesamte Arbeit stehen dir 2 Stunden zur Verfügung. Gute Arbeit und gute Unterhaltung.

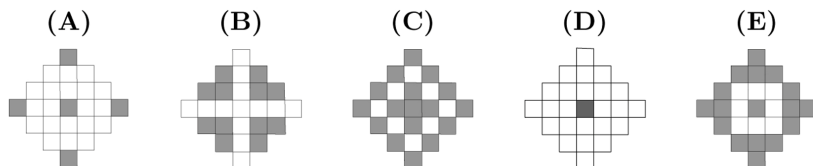
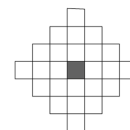
Vorname: \_\_\_\_\_ Nachname: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

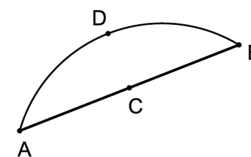
- 1) Laura hat 200 ganz besondere Spielwürfel geschenkt bekommen: Jeder Würfel hat vier Seitenflächen mit der Augenzahl 2 und zwei Seitenflächen mit der Augenzahl 5. Laura wirft alle 200 Würfel auf einmal und bildet die Summe aller 200 gewürfelten Augenzahlen. Wie viele verschiedene Werte kann diese Summe annehmen?  
(A) 201      (B) 1000      (C) 601      (D) 600      (E) 1001
- 2) Hans möchte die 5 Wände (4 senkrechte Wände und die Decke) seines Zimmers neu streichen, jede Wand mit einer einheitlichen Farbe. Nachdem er rote Farbe, gelbe Farbe und blaue Farbe zur Verfügung hat (die nicht gemischt werden dürfen), möchte er so vorgehen, dass benachbarte Wände (die Decke eingeschlossen) nie dieselbe Farbe haben. Auf wie viele Arten kann Hans das Zimmer ausmalen?  
(A) 18      (B) 4      (C) 12      (D) 9      (E) 6
- 3) Andrea, Beate, Clara, David, Elias und Felix sind gute Freunde. Ihr Durchschnittsalter beträgt 14 Jahre. Wenn man noch drei Freunde von Elias dazu nimmt, steigt das Durchschnittsalter der gesamten Gruppe auf 16 Jahre. Wie groß ist das Durchschnittsalter der drei Freunde von Elias?  
(A) 16      (B) 20      (C) 19      (D) 17      (E) 18
- 4) Wie lautet die Einerziffer der Zahl  $3^{(8^7)}$ ?  
(A) 1      (B) 7      (C) 3      (D) 9      (E) 5
- 5) Julian weiß, dass sich in seiner Schublade – alle durcheinander gemischt – 20 schwarze, 32 blaue, 44 graue und 24 braune Socken befinden, alle von der gleichen Art und Größe. Er steht kurz vor der Abreise und möchte mindestens zwei Paare zusammenpassender Socken mit zwei verschiedenen Farben mitnehmen (die zwei Socken eines Paares müssen dieselbe Farbe haben, jedoch die zwei Paare müssen verschiedenfarbig sein). Da es dunkel ist und er die Farben nicht unterscheiden kann, nimmt er zufällig einen Haufen Socken mit. Wie viele Socken muss er mindestens in seinen Koffer packen, um ganz sicher zu sein, dass er mindestens zwei Paare zusammenpassender Socken mit zwei verschiedenen Farben dabei hat?  
(A) 77      (B) 6      (C) 68      (D) 48      (E) 24
- 6) Bei einer Feier tanzte jeder Junge mit 4 verschiedenen Mädchen und jedes Mädchen mit 3 verschiedenen Jungen. Wenn man weiß, dass bei der Feier 9 Jungen anwesend waren, wie viele Mädchen waren dabei?  
(A) 6      (B) 10      (C) 12      (D) 8      (E) 16

- 7) Die Fläche eines Dreiecks  $ABC$  beträgt  $832 \text{ cm}^2$ . Es sei  $D$  der Mittelpunkt der Strecke  $AB$ ,  $E$  der Mittelpunkt der Strecke  $BC$  und  $F$  der Mittelpunkt der Strecke  $AE$ . Wie groß ist die Fläche (in  $\text{cm}^2$ ) des Dreiecks  $DEF$ ?  
 (A) 78      (B) 156      (C) 104      (D) 124      (E) Die Angaben reichen nicht aus, um die Fläche zu bestimmen
- 8) Wie lautet die 2015. Ziffer nach dem Komma der Dezimalzahl des Bruches  $3/7$ ?  
 (A) 7      (B) 1      (C) 5      (D) 2      (E) 4
- 9) Karl hat den Code seines Handys vergessen. Das einzige, an das er sich erinnert, ist, dass der Code aus 4 Ziffern besteht und dass das Produkt dieser vier Ziffern 18 beträgt. Wie viele verschiedene Codes erfüllen diese Bedingungen?  
 (A) 32      (B) 36      (C) 40      (D) 60      (E) 24
- 10) Wir bezeichnen mit  $40!$  die Zahl, die man erhält, wenn man alle ganzen Zahlen von 1 bis 40 multipliziert, also  $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$ . Suche unter allen ganzen Zahlen größer als 40, die Teiler von  $40!$  sind, die fünf kleinsten und bilde ihre Summe. Wie groß ist diese?  
 (A) 225      (B) 215      (C) 219      (D) 217      (E) 223
- 11) Auf der Etikette mit den Zutaten eines Süßwarenprodukts liest man: Zucker, Palmöl, Nüsse 14%, Kakao, Milch 6%. Wenn man weiß, dass die Zutaten in absteigender Reihenfolge angegeben sind (keine Zutat kann in größerer Menge vorkommen als eine andere, die vorher aufgelistet ist), welcher Prozentsatz an Palmöl kann in dieser Süßware maximal enthalten sein?  
 (A) 21%      (B) 14%      (C) 80%      (D) 40%      (E) 37%
- 12) Auf der Insel der Edelleute und der Gauner sagen die Edelleute stets die Wahrheit, während die Gauner immer lügen. Während einer Versammlung sitzen alle Anwesenden rund um einen großen Tisch und jeder behauptet: „Die Person zu meiner Rechten ist ein Gauner“. Wenn man weiß, dass sich unter den Anwesenden weniger als 100 Edelleute befinden, welcher der folgenden Werte könnte die Anzahl der Teilnehmer an der Versammlung sein?  
 (A) 208      (B) 85      (C) 153      (D) 168      (E) 205

- 13) Ein Raster – bestehend aus kleinen Quadraten – ist zu Beginn wie in der nebenstehenden Abbildung bemalt. Ein Spielzug besteht darin, eine Zeile oder eine Spalte auszuwählen und bei allen ausgewählten Quadraten die Farbe umzutauschen. Welches der nachfolgenden Muster kann dabei nach 10 Spielzügen nicht entstanden sein?



- 14) Das Fünfeck  $ABCDE$  besitzt in den Eckpunkten  $A$ ,  $C$  und  $E$  rechte Winkel. Zudem kennt man die Längen der Strecken  $\overline{AB} = 15 \text{ m}$ ,  $\overline{BC} = 12 \text{ m}$ ,  $\overline{CD} = 5 \text{ m}$  und  $\overline{DE} = 20 \text{ m}$ . Wie groß ist die Fläche des Fünfecks (in  $\text{m}^2$ )?  
 (A) 180      (B) 210      (C) 240      (D) 200      (E) 270
- 15) Es wurde ein Fragment eines zerbrochenen antiken kreisförmigen Tellers mit der Form der nebenstehenden Figur gefunden.  $C$  ist der Mittelpunkt des Segments  $AB$  und  $D$  der Mittelpunkt des Kreisbogens  $AB$ . Wenn man weiß, dass  $\overline{AB} = 24 \text{ cm}$  und  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$  beträgt, wie groß ist der Radius (in  $\text{cm}$ ) des ursprünglichen Tellers?  
 (A) 16      (B) 12      (C) 18      (D) 20      (E) 15



- 16) Hans besitzt 60 Kugeln, die von 1 bis 60 durchnummeriert sind. Eines Tages, nachdem er festgestellt hat, dass er die Kugel mit der Nummer 1 verloren hat, beschließt er, die restlichen 59 unter Beachtung der folgenden Regel zu färben: Jede Nummer muss dieselbe Farbe aller ihrer Vielfachen haben. Wie viele verschiedene Farben kann Hans höchstens verwenden, um die 59 Kugeln zu färben?

- (A) 2      (B) 10      (C) 8      (D) 17      (E) 12