



*I Giochi di Archimede - Gara Triennio*

2 dicembre 2021

9330

- Du erhältst 12 Probleme. Auf jede Frage gibt es 5 Antwortmöglichkeiten (A), (B), (C), (D) und (E). Eine einzige Antwort ist richtig, die anderen vier sind falsch.
- Für jede korrekte Antwort erhältst du 5 Punkte, für jede falsche 0 Punkte. Für jede frei gelassene oder unleserliche Antwort wird 1 Punkt zugewiesen.
- Für jedes Problem musst du den Buchstaben, den du für die korrekte Lösung hältst, in die entsprechende Zelle der untenstehenden Tabelle eintragen. Löschungen und Korrekturen in der Tabelle sind nicht erlaubt! Während der Arbeit sind weder ein Taschenrechner noch irgendwelche elektronischen Kommunikationsmittel zugelassen.

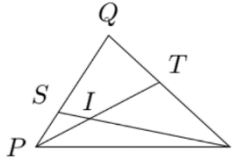
**Du hast für die Arbeit 60 Minuten Zeit.** Gute Arbeit und viel Vergnügen!

Name \_\_\_\_\_ Nachname \_\_\_\_\_

Geburtsdatum \_\_\_\_\_ E-Mail \_\_\_\_\_

Antworten	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

1. Das Postamt der Insel, auf der nur Edelmänner (die immer die Wahrheit sagen) und Gauner (die immer lügen) leben, ist ziemlich überfüllt. Es gibt 4 Warteschlangen vor den Schaltern: eine mit 11, eine mit 12, eine mit 13 und eine mit 14 Personen. Jede der anwesenden Personen (außer die vordersten drei einer jeden Warteschlange) sagt folgenden Satz: „Unter den Personen, die vor mir in der Warteschlange stehen, befinden sich mindestens 3 Gauner“. Wie viele Edelmänner befinden sich insgesamt im Postamt?  
(A) 25      (B) 38      (C) 42      (D) das lässt sich nicht ermitteln      (E) 32
2. Es gilt:  $(3x + 2)(7 - 4x)(4x + 7) = 0$ . Wie groß kann der Wert von  $5 - \frac{3}{x}$  höchstens sein?  
(A) 19/2      (B) 47/7      (C) 23/7      (D) 22/3      (E) 35/4
3. Entlang eines Kreisumfangs sind 4 rote, 3 grüne, 2 gelbe Punkte und ein blauer Punkt eingezeichnet. Wie viele Dreiecke kann man bilden, wenn man 2 Eckpunkte derselben Farbe und den dritten Eckpunkt von einer anderen Farbe wählt?  
(A) 56      (B) 60      (C) 72      (D) 65      (E) 54

4. Welcher der folgenden Ausdrücke ist das Quadrat einer ganzen Zahl?  
 (A)  $77^9 \cdot 14^{16} \cdot 22^{13}$                       (B)  $77^9 \cdot 14^{12} \cdot 22^{16}$                       (C)  $77^{16} \cdot 14^9 \cdot 22^{15}$   
 (D)  $77^7 \cdot 14^{17} \cdot 22^{13}$                       (E)  $77^9 \cdot 14^{16} \cdot 22^{25}$
5. Es seien  $n$  die ganzen positiven Zahlen, wobei  $n^6 + 3n^5$  ein Vielfaches von 49 sein muss. Man nimmt an, dass die Werte von  $n$  in aufsteigender Weise angeordnet wurden. Wie groß ist dann die Summe der 4. und der 7. dieser Zahlen?  
 (A) 77                      (B) 74                      (C) 88                      (D) 70                      (E) 81
6. Mara und Daniel sind Banknachbarn und nehmen an der Mathematikolympiade teil. Die 49 Teilnehmer werden zufällig auf zwei Räume verteilt: 35 in einem Raum und 14 in einem anderen Raum. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Mara und Daniel im gleichen Raum landen?  
 (A)  $8/15$                       (B)  $5/8$                       (C)  $9/16$                       (D)  $7/12$                       (E)  $1/2$
7. Das Sechseck ABCDEF besitzt einen Inkreis. Seine Seiten AB, BC, CD und EF messen in dieser Reihenfolge 27 m, 25 m, 19 m und 29 m. Wie groß ist der Umfang des Sechsecks?  
 (A) 152 m                      (B) 154 m                      (C) 150 m                      (D) 148 m                      (E) 146 m
8. Im Dreieck PQR liegen die Punkte S und T in dieser Reihenfolge auf den Seiten PQ und QR. Es sei I der Schnittpunkt der Strecken RS und PT. Die Fläche des Dreiecks PIR beträgt  $5 \text{ mm}^2$ , diejenige des Dreiecks RIT  $10 \text{ mm}^2$  und diejenige des Dreiecks SIP  $1 \text{ mm}^2$ . Wie groß ist die Fläche des Dreiecks PQR?
- 
- (A)  $30 \text{ mm}^2$                       (B)  $27 \text{ mm}^2$                       (C)  $32 \text{ mm}^2$                       (D)  $24 \text{ mm}^2$                       (E)  $36 \text{ mm}^2$
9. Wir betrachten die reellen Werte von  $k$ , für welche das Polynom  $p(x) = x^2 - (k+1)x + (3k+1)$  eine Lösung hat, die das Doppelte der anderen Lösung ist. Wie groß ist die Summe aller Werte von  $k$ ?  
 (A) 9                      (B)  $23/2$                       (C)  $19/4$                       (D)  $17/4$                       (E)  $19/2$
10. In einem Parallelogramm ABCD ist der Winkel  $\hat{A} = 76^\circ$ . M sei ein Punkt auf der Seite AB und N ein Punkt auf der Seite BC, so dass gilt:  $\overline{MC} = \overline{CD}$  und  $\overline{DM} = \overline{MN}$ . Die Punkte C, D, M, N liegen alle auf demselben gleichen Kreis. Wie groß ist der Winkel  $\widehat{ADM}$ ?  
 (A)  $38^\circ$                       (B)  $27^\circ$                       (C)  $33^\circ$                       (D)  $36^\circ$                       (E)  $30^\circ$
11. Manuela schreibt nur mit den Buchstaben A und B Wörter nach folgenden Regeln: Jedes Wort darf keine der Sequenzen aus den 3 aufeinander folgenden Buchstaben AAA, BBB, ABB, BBA enthalten. Wie viele unendlich lange Wörter (d. h. welche sich unendlich nach rechts erstrecken) kann Manuela schreiben?  
 (A) 2                      (B) keine                      (C) 4                      (D) unendlich viele                      (E) 3
12. Die reelle Funktion  $f$  erfüllt die Gleichungen  $f(x) = f(2021 - x)$  und  $f(x + 10) = f(2010 - x)$  für alle reellen Werte von  $x$ . Wie groß ist die Summe  $f(16) + f(17) + f(18)$ , wenn man weiß, dass  $f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 6$  ist?  
 (A)  $8/3$                       (B)  $9/2$                       (C)  $18/5$                       (D) das lässt sich nicht ermitteln                      (E) 18