



**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*  
*Nationales Institut für die Evaluation der Bildungssysteme*

**Nationale Evaluationsstelle**  
**Schuljahr 2010/11**

**Schlüssel zur Lektüre**  
**Fachprüfung: Mathematik**

**Zweite Klasse – Sekundarstufe II Grades**  
**(herausg. von Giorgio Bolondi, Rossella Garuti, Aurelia Orlandoni, Domingo Paola, Luigi Tomasi)**

**übersetzt von Stefania Unterfrauner**

Die Fragestellungen sind , folgendermaßen auf die verschiedenen Bereiche verteilt:

<b>Bereich</b>	<b>Anzahl der Fragen</b>	<b>Anzahl der Items<sup>1</sup></b>
Zahlen	10	14
Ebene und Raum	6	11
Daten und Zufall	5	14
Relationen und Funktionen	9	14
<b>Gesamtzahl</b>	<b>30</b>	<b>53</b>

---

<sup>1</sup> Eine Frage kann aus mehreren Items bestehen, wie im Fall der komplexen Multiple- Choice-Fragen der Kategorie richtig oder falsch. Die Zuordnung einer eventuellen Teilpunktzahl wird bei der Auswertung der Gesamtdaten festgelegt.

**Tabelle der Unterteilung der Items in Bezug auf Bereiche und Fertigkeiten**

Fertigkeiten/Bereiche	Zahlen	Ebene und Raum	Daten und Zufall	Relationen und Funktionen	Gesamtzahl
1. Die spezifischen Inhalte der Mathematik (mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen..) kennen und beherrschen	3	2		1	6
2. Algorithmen und Vorgänge kennen und beherrschen ( im arithmetischen, geometrischen Bereich...)	2	2	1	2	7
3. Verschiedene Darstellungsformen kennen und von einer in die andere (mündlich, schriftlich, symbolisch, graphisch...) übergehen können	3		3	3	9
4. Aufgaben anhand mathematischer Instrumente lösen ( nützliche Informationen erkennen und verbinden, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungswege von Rechenaufgaben erkennen, wie z.B. die Reihenfolge der Operationen, das Lösungsverfahren angeben....)		3		6	9
5. In unterschiedlichen Kontexten den messbaren Charakter der Objekte und der Phänomene erkennen können und verschiedene Messgeräte anwenden können(die geeignetste Einheit oder das geeignetste Messgerät für einen bestimmten Kontext erkennen können, eine Größe einschätzen können)	3			1	4
6. sich stufenweise die mathematische Denkweise aneignen (vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern, ...)	2			1	3
7. die erlernte Mathematik für die quantitative Datenverarbeitung der Information im wissenschaftlichen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich anwenden (ein Phänomen, quantitativ gesehen, beschreiben, eine Beschreibung eines Phänomens ,quantitativ gesehen, anhand statistischer Mittel oder Funktionen beschreiben, mathematische Modelle gebrauchen, um Situationen und Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren)	1		10		11

8. Formen im Raum erkennen können ( <i>Formen in unterschiedlichen Darstellungen erkennen, Verhältnisse zwischen Formen, Bildern oder visuellen Darstellungen erkennen, von einer zweidimensionalen Darstellung ausgehend dreidimensionale Objekte bildlich darstellen und umgekehrt, einen soliden Körper auf einer Ebene darstellen, die Eigenschaften der Körper und die dementsprechenden Stellungen erfassen können ...</i> ).		4			4
<b>GESAMTZAHL</b>	<b>14</b>	<b>11</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>53</b>

Auf den nachfolgenden Seiten werden die Rechenaufgaben anhand einer Tabelle von drei Spalten analysiert:

- In der ersten wird der Text der Fragestellung angegeben
- In der zweiten ein didaktischer Kommentar
- In der dritten Spalte:
  - Der Bereich und die Fertigkeit in Bezug auf den theoretischen Referenzrahmen der Tests des SNV (Servizio Nazionale di Valutazione - nationale Erhebungsstelle), welcher auf der Homepage des INVALSI (*Nationales Institut für die Evaluation der Bildungssysteme*) veröffentlicht wurde.
  - Das erworbene Grundwissen am Ende der Rahmenrichtlinie, wie in dem auf den mathematischen Bereich sich beziehender Teil des Dekrets vom 22 August 2007 enthalten ist: *Regolamento recante norme in materia di adempimento dell'obbligo di istruzione*. (Dekret 22. August 2007 über die Erfüllung der Rahmenrichtlinie)

Zu beachten: Die vorgeschlagene Unterteilung ist nur annähernd und für die Interpretation der Ergebnisse nicht verpflichtend: in der Mathematik werden in jeder Aufgabenstellung mehrere Bereiche einbezogen und die Antwort verlangt Abläufe unterschiedlicher Natur. Gemäß internationaler Praxis werden der Bereich und der Prozess angegeben, welche überwiegen. Berücksichtigt wurde dabei, dass die Auswahl eines bestimmten Distraktors auf Schwierigkeiten oder Lücken in anderen Bereichen oder Abläufen deuten kann.

## SCHLÜSSEL ZUR LEKTÜRE

Frage	Kommentar	Bereich, Aufgabe, Fertigkeit und Pflicht																																																								
<p><b>D1.</b> In der nachfolgenden Tabelle werden die Daten hinsichtlich der Verteilung der Schüler und der Lehrkräfte in der Sekundarstufe ersten Grades (Mittelschule) in Italien festgehalten.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Geographisches Gebiet</th> <th rowspan="2">Anzahl der Schulen</th> <th rowspan="2">Anzahl der Klassen</th> <th colspan="2">Anzahl der Schüler (Repetenten inbegriffen)</th> <th colspan="2">Repetenten</th> <th rowspan="2">Lehrkräfte</th> </tr> <tr> <th>Anzahl der Jungen und Mädchen</th> <th>Mädchen</th> <th>Anzahl der Jungen und Mädchen</th> <th>Mädchen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ITALIEN</td> <td>7939</td> <td>82446</td> <td>1727339</td> <td>826869</td> <td>51407</td> <td>16199</td> <td>212041</td> </tr> <tr> <td>Norden</td> <td>3381</td> <td>33131</td> <td>711292</td> <td>339508</td> <td>19615</td> <td>5679</td> <td>86312</td> </tr> <tr> <td>Mitte</td> <td>1358</td> <td>14656</td> <td>312700</td> <td>150098</td> <td>8066</td> <td>2508</td> <td>36570</td> </tr> <tr> <td>Süden</td> <td>3200</td> <td>34659</td> <td>703347</td> <td>337263</td> <td>23726</td> <td>8012</td> <td>89159</td> </tr> </tbody> </table> <p>Geben Sie, aufgrund der Daten, die in der Tabelle enthalten sind, an, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a. Im Norden gibt es weniger Schüler als Schülerinnen</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b. In Italien ist das Verhältnis Lehrer/Klasse kleiner als 3:1.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c. Im Süden gibt es im Durchschnitt mehr als 10 Klassen pro Schule</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Geographisches Gebiet	Anzahl der Schulen	Anzahl der Klassen	Anzahl der Schüler (Repetenten inbegriffen)		Repetenten		Lehrkräfte	Anzahl der Jungen und Mädchen	Mädchen	Anzahl der Jungen und Mädchen	Mädchen	ITALIEN	7939	82446	1727339	826869	51407	16199	212041	Norden	3381	33131	711292	339508	19615	5679	86312	Mitte	1358	14656	312700	150098	8066	2508	36570	Süden	3200	34659	703347	337263	23726	8012	89159		Richtig	Falsch	a. Im Norden gibt es weniger Schüler als Schülerinnen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b. In Italien ist das Verhältnis Lehrer/Klasse kleiner als 3:1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c. Im Süden gibt es im Durchschnitt mehr als 10 Klassen pro Schule	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p><b>Richtige Antwort auf die Frage (a): Falsch</b> Liest man aufmerksam die Tabelle durch, merkt man, ohne zu rechnen, dass die Schüler (Jungen und Mädchen) im Norden mehr als 700.000 sind, wobei 340.000 Mädchen sind, also weniger als die Hälfte. Deshalb ist die Aussage falsch, dass es im Norden weniger Schüler als Schülerinnen gäbe. Ein Schüler könnte auch mit Hilfe einer Subtraktion antworten. Um antworten zu können, muss man 711.292 auf ungefähr 700.000 abrunden und 339.508 auf zirka 340.000 aufrunden können. Aus dieser Annäherung kann man sofort erschließen, dass es im Norden mehr Schüler als Schülerinnen gibt..</p> <p><b>Richtige Antwort auf die Frage (b): Richtig</b> Die Lehrkräfte der Lehrer der Sekundarschule I Grades sind in Italien 212.041 (etwas mehr als 210.000), während die Klassen 82.446 sind, also ungefähr 80.000). Das Verhältnis Lehrkräfte/ Klassen ist kleiner als 3, weil 80.000 mehr als ein Drittel der Anzahl der Lehrkräfte ist. Ein Schüler könnte auch mit Hilfe eines Taschenrechners antworten: <math display="block">\frac{212041}{82446} \approx 2,57 &lt; 3.</math></p> <p><b>Richtige Antwort auf die Frage (c): Richtig</b> Aus der Tabelle geht hervor, dass die Klassen 34659 sind und die Schulen 3200. Die Klassen (zirka 35000) sind mehr als das Zehnfache von 3200. Ein Schüler könnte auch mit Hilfe eines Taschenrechners antworten <math display="block">\frac{34659}{3200} \approx 10,83 &gt; 10</math> Es stimmt also, dass es im Süden im Durchschnitt mehr als 10 Klassen pro Schule gibt.</p>	<p><b>Bereich, Aufgabe, Fertigkeit und Pflicht</b> <b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Daten und Zufall</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Die erlernte Mathematik für die quantitative Datenverarbeitung der Information im wissenschaftlichen, technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich anwenden. (<i>ein Phänomen, quantitativ gesehen, beschreiben, seine Beschreibung mit statistischen Methoden oder Funktionen interpretieren, mathematische Modelle anwenden, um Situationen oder Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren ...</i>).</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIENN</b> Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktion und Überlegungen anhand derselben weiterzuentwickeln sind.</p>
Geographisches Gebiet				Anzahl der Schulen	Anzahl der Klassen	Anzahl der Schüler (Repetenten inbegriffen)			Repetenten		Lehrkräfte																																															
	Anzahl der Jungen und Mädchen	Mädchen	Anzahl der Jungen und Mädchen			Mädchen																																																				
ITALIEN	7939	82446	1727339	826869	51407	16199	212041																																																			
Norden	3381	33131	711292	339508	19615	5679	86312																																																			
Mitte	1358	14656	312700	150098	8066	2508	36570																																																			
Süden	3200	34659	703347	337263	23726	8012	89159																																																			
	Richtig	Falsch																																																								
a. Im Norden gibt es weniger Schüler als Schülerinnen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																								
b. In Italien ist das Verhältnis Lehrer/Klasse kleiner als 3:1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																								
c. Im Süden gibt es im Durchschnitt mehr als 10 Klassen pro Schule	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																								

	<p>Um auf diese Fragen antworten zu können, sollte der Schüler schnell treffende Annäherungen der angegebenen Zahlen durchführen können, und das Kopfrechnen beherrschen.</p>	
<p>D2. Der Bus fährt um 6:30 an der Haltestelle vorbei, an der Georg einsteigt. In 40% der Fälle ist der Bus pünktlich, in 50% der Fälle hat er eine 5-minütige Verspätung und in den übrigen Fällen beträgt die Verspätung 10 Minuten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dass Georg den Bus erreicht wenn Georg um 6:34 Uhr die Haltestelle erreicht?</p> <p><input type="checkbox"/> A. 10%</p> <p><input type="checkbox"/> B. 40%</p> <p><input type="checkbox"/> C. 50%</p> <p><input type="checkbox"/> D. 60%</p>	<p><b>Richtige Antwort D</b></p> <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass der Bus 5 Minuten zu spät kommt, beträgt 50% und die Wahrscheinlichkeit, dass er 10 Minuten zu spät vorbeifährt, beträgt 10%.</p> <p>Wenn Georg um 6:34 Uhr ankommt, besteht die Wahrscheinlichkeit <math>50\%+10\%=60\%</math>, dass er den Bus nehmen kann, da er in beiden Fällen, jeweils mit 5 und 10 Minuten Verspätung, trotzdem den Bus nehmen kann.</p> <p>Man könnte auch antworten, indem man an die Wahrscheinlichkeit denkt, mit der der Bus <i>nicht</i> pünktlich ankommt. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Bus rechtzeitig ankommt beträgt 40%. Da die Verspätung Georgs es ihm trotzdem erlauben würde den Bus zu nehmen, welcher nicht pünktlich ankommt, besteht eine 60%ige Wahrscheinlichkeit, den Bus zu nehmen.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Daten und Zufall</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Die erlernte Mathematik zur quantitativen Datenverarbeitung der Information im wissenschaftlichen, technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Bereich anwenden (<i>ein Phänomen, quantitativ gesehen, beschreiben, seine Beschreibung mit statistischen Methoden oder Funktionen interpretieren, mathematische Modelle anwenden, um Situationen oder Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren, ...</i>).</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIENN</b> Das Thema wird nicht ausdrücklich angegeben, aber es handelt sich um eine Kompetenz, welche für die Schüler am Ende des ersten Schulabschnitts Pflicht ist und dementsprechend als angeeignete Kompetenz vorausgesetzt wird. Man kann dies als Beispiel für vertikale Kontinuität bezeichnen.</p>
<p>D3. Eine Seite eines Dreiecks beträgt 6 cm, die andere 10 cm. Welche Antwort kann <u>nicht</u> die Länge der dritten Seite angeben?</p> <p><input type="checkbox"/> A. 6,5 cm                      <input type="checkbox"/> C. 15,5 cm</p> <p><input type="checkbox"/> B. 10 cm                            <input type="checkbox"/> D. 17 cm</p>	<p><b>Richtige Antwort D</b></p> <p>In einem Dreieck muss die Länge einer Seite kleiner als die Summe der Längen der anderen zwei Seiten sein. In diesem Fall beträgt die Summe der zwei bekannten Seiten 16 cm.</p> <p>Daraus folgt, dass 17 die einzige Länge ist, die man unter den angegebenen nicht annehmen kann.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Ebene und Raum</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (<i>mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...</i>)</p>

		<p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, Invarianten und Relationen erkennen</p>
<p>D4. Betrachten Sie folgende Aussage: "Für jede natürliche Zahl <math>n</math>, ist <math>2^n+1</math> eine Primzahl" Beweise anhand eines Beispiels, dass diese Aussage falsch ist.</p> <p>..... ..... .....</p>	<p>Es bedarf nur eines Gegenbeispiels, um zu beweisen, dass die Aussage falsch ist. Wenn wir <math>n=3</math> wählen, erhält man <math>2^3+1=9</math>, welches keine Primzahl ist. Man kann auch ein anderes Beispiel angeben, um richtig zu antworten. Man braucht nur ein einziges Gegenbeispiel zu nennen, wie z.B. auch <math>n=5</math> (man erhält <math>2^5+1=33</math>, keine Primzahl), oder <math>n=6</math> (man erhält <math>2^6+1=65</math>, keine Primzahl), usw.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Sich schrittweise die typischen Denkweisen der Mathematik aneignen (<i>vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern, ...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Die Techniken und Abläufe der Arithmetik anwenden</p>
<p>D5. Das Alter der Erde wird auf ungefähr <math>4,5 \times 10^9</math> Jahre geschätzt. Der Homo Erectus ist vor zirka <math>10^6</math> Jahren erschienen. Welche der folgenden Schätzungen entsprechen dem Alter der Erde in dem Moment am genauesten, als der Homo Erectus erschien?</p> <p><input type="checkbox"/> A. <math>4,5 \times 10^9</math> Jahre <input type="checkbox"/> B. <math>3,5 \times 10^9</math> Jahre <input type="checkbox"/> C. <math>4,5 \times 10^6</math> Jahre <input type="checkbox"/> D. <math>4,5 \times 10^3</math> Jahre</p>	<p><b>Richtige Antwort A.</b></p> <p>Die Information, dass das Alter der Erde <math>4,5 \cdot 10^9</math> Jahre beträgt, entspricht der Aussage, dass das Alter der Erde größer oder gleich <math>4,45 \cdot 10^9</math> Jahren ist und weniger als <math>4,55 \cdot 10^9</math> beträgt. Die beste Schätzung, unter den angegebenen, ist also <math>4,5 \cdot 10^9</math> Jahre. Subtrahiert man nämlich von einer beliebigen reellen Zahl zwischen <math>4,45 \cdot 10^9</math> und <math>4,55 \cdot 10^9</math>, die Zahl <math>10^6</math>, erhält man immer eine Zahl, welche zwischen <math>4,44 \cdot 10^9</math> und <math>4,55 \cdot 10^9</math> liegt. Diese Antwort mag erstaunlich klingen, man bedenke aber, dass es sich darum handelt 1 Million Jahre von 4,5 Milliarden Jahren zu subtrahieren: die Subtraktion beeinflusst nicht die Zahl der Milliarden (4)</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> In verschiedenen Kontexten den messbaren Charakter der Objekte und Phänomene erkennen und Messgeräte verwenden können. (<i>die Maßeinheit oder das Messgerät, welches in einem bestimmten Kontext am geeignetsten ist, erkennen, bzw. eine Größe einschätzen können.</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Daten analysieren und interpretieren, wobei bewusst Recheninstrumente eingesetzt werden.</p>

D6. Im Diagramm der Abbildung 1 ist der Stromverbrauch (in TWh – Terawattstunden) in Italien zwischen 2000 und 2005 unterschieden nach Herkunft (Eigenzeugung, freier Markt, gebundener Markt).

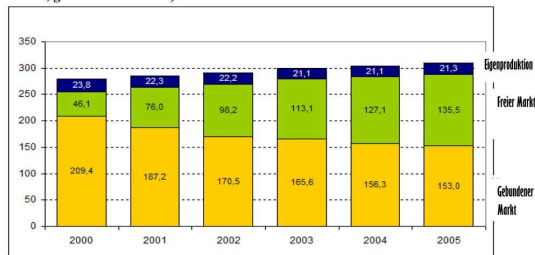


Abbildung 1

Die Graphen A, B und C in Abbildung 2 sind mit denselben Daten erstellt worden, welche für das Diagramm in Abbildung 1 eingesetzt wurden.

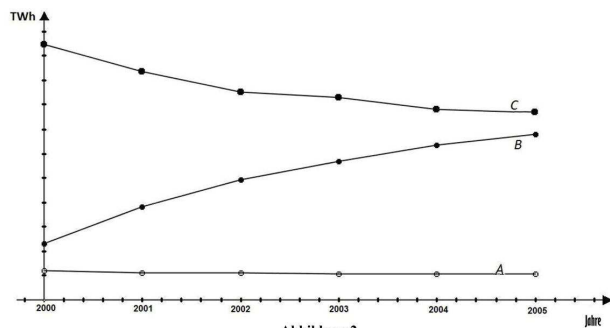


Abbildung 2

Vergleichen Sie Abbildung 1 mit 2 und vervollständigen Sie die Sätze mit Angabe der Herkunft der Energie (Eigenproduktion, freier Markt, gebundener Markt).

1.	Der Graph A entspricht dem Verlauf des Energieverbrauchs, der aus.....stammt	.....
2.	Der Graph B entspricht dem Verlauf des Energieverbrauchs, der aus.....stammt	.....
3.	Der Graph A entspricht dem Verlauf des Energieverbrauchs, der aus.....stammt	.....

**Richtige Antwort auf die Frage 1 bezüglich des Graphen A:  
Eigenproduktion**

**Richtige Antwort auf die Frage 2 bezüglich des Graphen B:  
Freier Markt**

**Richtige Antwort auf die Frage 3 bezüglich des Graphen C:  
Gebundener Markt**

Es geht darum, das Säulendiagramm (Abbildung 1) genau zu beobachten und dementsprechend zu interpretieren.

Die elektrische Energiemenge, welche aus der Eigenproduktion stammt, ist fast unverändert geblieben (Graph A).

Die elektrische Energiemenge, welche aus dem freien Markt der Energie stammt, ist in der Zeitspanne zwischen 2000 und 2005 gestiegen. (Graph B)

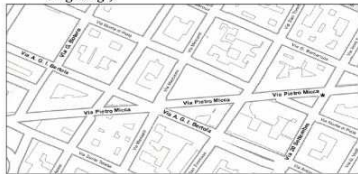
Die elektrische Energiemenge, welche aus dem gebundenen Markt der Energie in der Zeitspanne zwischen 2000 und 2005 stammt, ist gefallen. (Graph C).

**VORWIEGENDER BEREICH**  
Daten und Zufall

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**  
Unterschiedliche Darstellungsformen kennen und beherrschen und von einer auf in die andere übergehen können (*mündlich, schriftlich, symbolisch und graphisch*)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**  
Daten analysieren und interpretieren können, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben auch mit Hilfe graphischer Darstellungen vollzogen werden.

D7. Herr Karl steigt aus der Straßenbahn an der Kreuzung von *via Pietro Miccu* mit *via 20 Settembre* aus (auf dem nachfolgenden Stadtplan wird die Stelle mit einem Sternchen angezeigt).



a. Herr Karl legt 150 Meter auf der *via 20 Settembre* zurück und biegt an der Kreuzung mit *A.G.I. Bertola* rechts ab und geht direkt bis zur Kreuzung von *via G. Botero*. Wie viele Meter hat er ungefähr im Ganzen zurückgelegt?

Antwort: .....

b. Wie groß ist ungefähr der Maßstab dieses Stadtplans?

- A. 1:60
- B. 1:600
- C. 1:6000
- D. 1:60.000

**Richtige Antwort auf die Frage a.  
600 Meter.**

Misst man mit einem Lineal die in *via XX Settembre* zurückgelegte Strecke, so ergibt dies 2,5cm.

Wenn man hingegen die Strecke misst, welche in *via A.G.I. Bertola* auf dem Stadtplan zurückgelegt wurde, so erhält man 7,4 cm, das entspricht dem Dreifachen der Strecke, die in *via XX Settembre* zurückgelegt worden ist.

Da 2,5 cm auf dem Stadtplan (*via XX Settembre*) einer Strecke von 150 m entsprechen, beträgt die Strecke, welche in *via A.G.I. Bertola* zurückgelegt worden ist, zirka 450 m.

Folglich hat Herr Karl ungefähr  $150\text{ m} + 450\text{ m} = 600\text{ m}$  zurückgelegt.

Man kann auch jene Antworten akzeptieren, welche zwischen 582 und 600 m liegen.

**Richtige Antwort auf die Frage b.: Antwort C  
(die Skala beträgt 1:6000)**

2,5 cm auf dem Stadtplan entsprechen einer Strecke von 150 m, d.h. 15.000 cm.

Folglich entsprechen 2,5 cm 15.000 cm, d.h, wenn man dies durch 2,5 dividiert, erhält man folgende Skala:

1 : 6000.

Sehr tückisch ist dabei der Distraktor A (1:60), der ein mögliches Ergebnis wäre, falls man die Größe 150 m nicht in cm umwandelt.

Die anderen Distraktoren entsprechen hingegen möglichen Fehlern bei der Umwandlung von m in cm.

**VOWIEGENDER BEREICH**  
Relationen und Funktionen

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

**FRAGE a:** In unterschiedlichen Kontexte den messbaren Charakter der Objekte und Phänomene erkennen und verschiedene Messgeräte anwenden können (*die geeignetste Maßeinheit bzw. Messgerät erkennen können, eine Größe schätzen können,...*)

**FRAGE b:**

Algorithmen und Abläufe erkennen und beherrschen können (*im arithmetischen und geometrischen Bereich,...*)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Geeignete Lösungsstrategien für Rechenaufgaben erarbeiten können.



D8. Die Größe eines Fernsehers wird durch die Diagonale des Bildschirms in Zoll angegeben (1 Zoll = 2,54 cm). Bei den TV Geräten letzter Generation beträgt das Verhältnis zwischen Breite und Höhe des Bildschirms 16:9.

a. Wenn die Bildschirmbreite eines Geräts ungefähr 57,5 cm beträgt, wie groß ist dann annähernd die Höhe?

Antwort: ..... cm

b. Wie viel Zoll hat der Fernseher?

- A. 20 Zoll (= 50,80 cm)
- B. 26 Zoll (= 66,04 cm)
- C. 28 Zoll (= 71,12 cm)
- D. 32 Zoll (= 81,28 cm)

**Richtige Antwort auf die Frage a.: 32,34 cm**

Man kann auch 32 cm, 32,3 cm oder 32,343 oder Zahlen mit noch mehr Kommastellen (Antworten, welche möglicherweise auf den Gebrauch des Taschenrechners zurückzuführen sind).

Um auf diese Frage zu antworten, muss man die Breite des Bildschirms durch 16 teilen und dann das Ergebnis mit 9 multiplizieren:

$$57,5 \cdot \frac{9}{16} = 32,34... \text{ cm}$$

**Richtige Antwort auf die Frage b.: B**

Um die Länge der Bildschirmdiagonale zu erhalten, muss man den Satz des Pythagoras anwenden. Wenn  $b$  die Bildschirmbreite ist,  $h$  die Bildschirmhöhe und  $d$  die Länge der Diagonale ist, gilt Folgendes:

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{b^2 + \left(\frac{9}{16}b\right)^2} = \sqrt{b^2 + \frac{81}{256}b^2}$$

Daraus folgt, dass

$$d = b \frac{\sqrt{337}}{16} = 57,5 \cdot \frac{\sqrt{337}}{16} \approx 65,97 \text{ cm.}$$

ungefähr 26 Zoll beträgt.

Man erhält die Länge der Diagonale auch, wenn man direkt den Satz des Pythagoras auf die Bildschirmhöhe, bzw. -breite anwendet..

Die Schüler, müssen imstande sein den Satz des Pythagoras in einer konkreten Situation anzuwenden. Es ist nicht wesentlich, Zoll in cm umwandeln zu können, aber der Gebrauch des Taschenrechners ist sicher sehr hilfreich.

**VORWIEGENDER RAUM**

Ebene und Raum

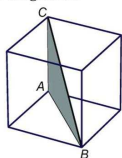
**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

Rechenaufgaben anhand der Instrumente der Mathematik lösen können (*nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemas für die Problemstellungen wie z.B. Rechenabfolgen erkennen, den Lösungsweg angeben,...*)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Rechenvorgänge und -techniken aus der Arithmetik und der Algebra anwenden, wobei diese graphisch dargestellt werden.

D9. In dieser Abbildung ist ein Würfel dargestellt.



Die Seiten des Dreiecks ABC bestehen aus einer Kante des Würfels, aus einer Diagonale einer Würfelfläche und aus der Diagonale des Würfels.

a. Gib jeweils an, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind.

		Richtig	Falsch
a1.	Die Seite AB entspricht der Seite AC	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a2.	Das Dreieck ABC ist rechtwinklig	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a3.	Die Seite BC ist die längste der drei Seiten	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a4.	Der Winkel ABC beträgt 45°	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

b. Wenn die Kante des Würfels 1 m beträgt, wie groß sind die Seiten des Dreiecks ABC?

AC = ..... m  
 AB = ..... m  
 BC = ..... m

**Richtige Antwort auf die Frage a1. Falsch**  
 Die Seite AB entspricht nämlich nicht der Seite AC.

**Richtige Antwort auf die Frage a2. Richtig**  
 Das Dreieck ABC ist in A rechtwinklig.

**Richtige Antwort auf die Frage a3. Richtig**  
 BC ist nämlich die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks ABC.

**Richtige Antwort auf die Frage a4. Falsch**  
 Das rechtwinklige Dreieck ABC ist nicht gleichschenkelig (AB ist größer als AC).

**Richtige Antworten auf die Frage b:**

$$AC = 1 \text{ m}$$

$$AB = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$BC = \sqrt{3} \text{ m}$$

Man kann auch annähernde Werte annehmen.  
 AB = 1,41 m oder AB = 1,4 m  
 BC = 1,73 m oder BC = 1,7 m

**VORWIEGENDER BEREICH**  
 Ebene und Raum

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

**FRAGE a:** Formen im Raum erkennen können (Formen in verschiedenen Darstellungen erkennen, eine Beziehung zwischen Formen, Bildern und bildlichen Darstellungen erkennen können, dreidimensionale Objekte von einer zweidimensionalen Darstellung veranschaulichen und umgekehrt, auf einer Ebene einen soliden Körper darstellen, die Eigenschaften der Objekte und deren Lage erfassen können...)

**FRAGE b:** Algorithmen und Rechenvorgänge kennen und beherrschen (im arithmetischen, geometrischen Bereich...)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Verhältnisse zu erkennen sind.

D10. Wie groß ist die Hälfte der Zahl  $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$ ?

- A.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$
- B.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$
- C.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{51}$
- D.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{49}$

**Richtige Antwort: C.**

Die Hälfte einer Zahl erhält man, indem man durch 2 dividiert oder mit  $\frac{1}{2}$  multipliziert.

Daraus folgt, dass die Hälfte von  $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{50} = \left(\frac{1}{2}\right)^{51} \text{ ist.}$$

Die Distraktoren entsprechen den typischen Rechenfehlern mit den Potenzen einer Zahl.

**VORWIEGENDER BEREICH**  
 Zahlen

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Rechenvorgänge und -techniken aus der Arithmetik und der Algebra anwenden

D11. Die nachstehende Formel drückt die jährliche Ausgabe für ein Auto aus, bestehend aus einem fixen Teil und einem der Anzahl der zurückgelegten km proportionalen Teil:

$$S = F + c \cdot k$$

wobei  $F$  die Fixkosten sind,  $c$  der Preis pro km und  $k$  die Anzahl der zurückgelegten km.

In der Tabelle sind die Fixkosten und die Kosten pro Kilometer einiger Automodelle enthalten.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Fixkosten $F$	900 euro	580 euro	650 euro	1200 euro
Preis pro km $c$	0,25 euro/km	0,33 euro/km	0,27 euro/km	0,31 euro/km

a. Wenn ich 10000 km pro Jahr zurücklege, welches ist das günstigste Auto?

- A. Das Auto A  
 B. Das Auto B  
 C. Das Auto C  
 D. Das Auto D

a. Der Besitzer eines Autos der Kategorie A hat 3000 Euro in einem Jahr ausgegeben. Wie viele km hat er zurückgelegt?

Antwort: ..... km

c. Wenn wir ein Auto der Kategorie B mit einem der Kategorie D vergleichen, können wir Folgendes sagen:

- A. Es ist immer günstiger das Auto der Kategorie B zu verwenden  
 B. Es ist immer günstiger das Auto der Kategorie D zu verwenden  
 C. Das Auto der Kategorie B lohnt sich bis zu einer gewissen Anzahl von Km pro Jahr, wird diese überschritten, lohnt sich ein Auto der Kategorie D.  
 D. Das Auto der Kategorie D lohnt sich bis zu einer gewissen Anzahl von Km pro Jahr, wird diese überschritten, lohnt sich ein Auto der Kategorie B.

### Richtige Antwort auf die Frage a.: C

Die einzige Möglichkeit, um diese Frage zu beantworten, besteht in einer einfachen Rechnung, die man auch im Kopf lösen kann, da man mit 10.000 multiplizieren muss.

Wenn ich 10.000 km in einem Jahr zurücklege: mit dem Auto A belaufen sich die Kosten auf:

$$S = 900 + 0,25 \cdot 10000 = 900 + 2500 = 3400$$

Mit dem Auto B:

$$S = 580 + 0,33 \cdot 10000 = 580 + 3300 = 3880$$

Mit dem Auto C:

$$S = 650 + 0,27 \cdot 10000 = 650 + 2700 = 3350$$

Und mit dem Auto D:

$$S = 1200 + 0,31 \cdot 10000 = 1200 + 3100 = 4300$$

Wenn ich 10.000 km pro Jahr zurücklege, ist das Auto C das günstigste

### Richtige Antwort auf die Frage b.: 8400 km

Wenn der Besitzer eines Autos A in einem Jahr 3000 Euro ausgegeben hat, kann man folgende Gleichung aufstellen.

$$900 + 0,25 \cdot k = 3000.$$

Daraus folgt:

$$0,25 \cdot k = 2100, \text{ woraus } k = 8400 \text{ km.}$$

Man kann auch antworten, ohne die Gleichung aufzulösen.

### Richtige Antwort auf die Frage c.: C

Man kann ein Auto der Kategorie B mit einem Auto der Kategorie D vergleichen, wenn man folgende Ungleichung löst:  $580 + 0,33 \cdot k \leq 1200 + 0,31 \cdot k$

Welche folgende Frage ausdrückt: "wenn  $k$  die Anzahl der km pro Jahr ist, für wie viele  $k$  sind die Kosten pro Jahr von B kleiner oder gleich der Jahreskosten von D?"

Man erhält

$$0,02 \cdot k \leq 620 \text{ d.h. } 0,01 \cdot k \leq 310$$

### VORWIEGENDER BEREICH

Relationen und Funktionen

### VORWIEGENDE FERTIGKEIT

Rechenaufgabe anhand der Mittel der Mathematik lösen können (*nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemas für die Problemstellungen wie z.B. Rechenabfolgen erkennen, den Lösungsweg angeben,...*)

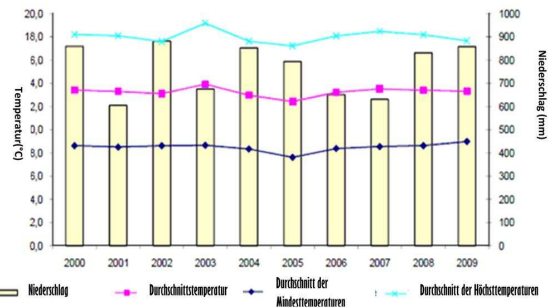
### NEUE RAHMENRICHTLINIEN

Rechenvorgänge und -techniken aus der Arithmetik und der Algebra anwenden

	<p>Was <math>k \leq 31.000</math> km ergibt .</p> <p>Bis zu 31000km pro Jahr lohnt sich also ein Auto der Kategorie B und über 31000km pro Jahr ein Auto der Kategorie D. Wenn ich genau 31.000km pro Jahr zurücklege, ist es gleichgültig welche Kategorie ich wähle.</p> <p>Man kann auch versuchsweise vorgehen, indem man 20000km pro Jahr einsetzt und dann die Kosten für den doppelten Wert ausrechnet, d.h. für 40.000km.</p> <p>Man hätte auch damit antworten können, dass die Steigung der linearen Funktion, welche die Kosten für das Auto B (0,33euro/km) darstellt, größer als jene des Autos D(0,31euro/km) ist. Es gibt darum eine Zahl an km, bei der die Kosten des Autos B höher sind als jene des Autos D (man kann auch versuchsweise vorgehen und erkennen, dass eine bestimmte Zahl an Km in einem Jahr zurückgelegt werden kann).</p> <p>Es wurde aber nicht verlangt, den genauen Wert auszurechnen, jenseits dessen die Wahl von D günstiger geworden wäre.</p>	
--	--	--

D12. Betrachte nachfolgendes Schaubild, welches die Temperaturschwankungen (linke Skala) und den Niederschlag (rechte Skala) in Italien in den letzten Jahren zeigt.

Abbildung 1. Jährlicher Mittelwert der Durchschnittstemperatur, täglicher Höchstwert und Mindestwert und Gesamtniederschlag pro Jahr in Italien. Jahre 2000-2009 (Temperatur in Grad Celsius und Niederschlag in Millimeter)



Gib für die jeweilige Aussage an, ob sie richtig oder falsch ist oder ob man die Antwort nicht aus dem Graphen erschließen kann (ein Kästchen pro Reihe ankreuzen).

		Richtig	Falsch	Nicht erschließbar
a.	Im Jahrzehnt 2000-2009 ist die jährliche Durchschnittstemperatur, im Vergleich zur Zeitspanne 1971-2000, um 0,8 Grad gestiegen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Im Jahr 2003 wurde der höchste Durchschnittswert für die Höchsttemperaturen registriert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Im Jahr 2005 wurde der höchste Durchschnittswert für die Mindesttemperaturen registriert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Das Jahr, in dem der Durchschnittswert der Höchsttemperaturen größer war, ist dasselbe Jahr, in dem die Niederschläge geringer waren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e.	Im Jahr 2005 wurde auch der kälteste Tag verzeichnet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f.	Das Jahr 2004 war am regenreichsten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Richtige Antwort auf die Frage a.: Nicht erschließbar**

In der Tabelle stehen einige Daten hinsichtlich der Zeitspanne zwischen 2000 und 2009 zur Verfügung, aber wir können daraus nichts aus der vorherigen Zeitspanne (1971-2000) erschließen.

**Richtige Antwort auf die Frage b.: Richtig**

Im Jahr 2003 wurde der höchste Wert der Höchsttemperaturen registriert.

**Richtige Antwort auf die Frage c.: Falsch**

Im Jahr 2005 wurde nicht der höchste Durchschnittswert der Mindesttemperaturen verzeichnet (im Gegenteil, im Jahr 2005 wurde der niedrigste Durchschnittswert der Mindesttemperaturen registriert).

**Richtige Antwort auf die Frage d.: Falsch**

Falsch, weil im Jahr 2003 der höchste Durchschnittswert der Höchsttemperaturen verzeichnet wurde, während im Jahr 2001 der geringste Niederschlag gefallen ist.

**Richtige Antwort auf die Frage e.: Nicht erschließbar**

Diese Information geht nicht hervor, weil uns nur bekannt ist, dass das Jahr 2005 das Jahr mit dem niedrigsten Durchschnitt der Mindesttemperaturen ist.

**Richtige Antwort auf die Frage f.: Falsch**

Falsch, weil nicht das Jahr 2004 das niederschlagreichste ist, sondern das Jahr 2002.

**VORWIEGENDER BEREICH**

Daten und Zufall

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

Die erlernte Mathematik für die quantitative Datenverarbeitung im wissenschaftlichen, technologischen wirtschaftlichen und sozialen Bereich anwenden (ein Phänomen quantitativ gesehen beschreiben, dessen Beschreibung mit statistischen Mitteln oder Funktionen interpretieren, mathematische Modelle anwenden, um Situationen und Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren...)

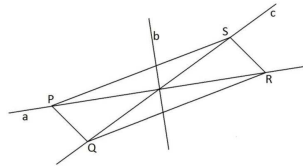
**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben entwickelt werden, auch mit Hilfe von graphischen Darstellungen.

<p>D13. Eine Englischlehrerin verteilt ihren Schülern einen Test, der aus 25 Fragen besteht und erklärt, dass die Gesamtpunktzahl <math>p</math> so berechnet wird, indem jeder richtigen Antwort 4 Punkte gegeben werden und für jede fehlende oder falsche Antwort 2 Punkte abgezogen werden.</p> <p>a. Die maximale erreichbare Punktzahl ist.....</p> <p>a. Schreibe die Formel für die Gesamtpunktzahl <math>p</math> auf, wobei <math>n</math> die Anzahl der richtigen Antworten ist.  <math>p =</math> .....</p> <p>c. Wenn man den Test mit mehr als 60 Punkten besteht, wie viele Antworten müssen richtig beantwortet werden, um den Test positiv abzuschließen.  Antwort: .....</p>	<p><b>a. Richtige Antwort auf die Frage (a): 100</b>  Wenn man <math>n = 25</math> einsetzt, erhält man <math>p = 4 \cdot 25 = 100</math></p> <p><b>b. Richtige Antwort auf die Frage (b):</b>  <math>p = 4n - 2(25 - n) = 6n - 50</math>  Sowohl die Antwort <math>p = 4n - 2(25 - n)</math>,  welche man ohne Multiplikation und ohne die ähnlichen Faktoren zu reduzieren, erhält, als auch die Antwort <math>p = 6n - 50</math> sind korrekt.</p> <p><b>c. Richtige Antwort auf die Frage (c): 19.</b>  Es gilt nämlich: <math>6n - 50 \geq 60</math>.  Wenn <math>6n \geq 110</math>, folgt daraus <math>n \geq 18,333\dots</math>  Die erste ganze Zahl nach dem erhaltenen Wert ist also 19.  Man kann das Ganze ausrechnen auch ohne eine Ungleichung zu lösen. Wenn man versuchsweise vorgeht, entdeckt man, dass die Anzahl der richtigen Antworten mindestens 19 sein muss, um den Test positiv zu bestehen.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b>  Relationen und Funktionen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b>  <b>FRAGE a und c:</b> Rechenaufgabe anhand der Mittel der Mathematik lösen können (<i>nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemas für die Problemstellungen wie z.B. Rechenabfolgen erkennen, den Lösungsweg angeben...</i>)</p> <p><b>FRAGE b:</b> Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen, und von einer in die andere übergehen können (<i>mündlich, schriftlich, symbolisch, grafisch, ...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b>  Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben entwickelt werden.</p>
<p>D14. Die Lehrperson fragt: "Wenn <math>n</math> eine beliebige natürliche Zahl ist, was erhält man wenn folgende Zahlen addiert: <math>2n+1</math>, <math>2n+3</math> e <math>2n+5</math>?"  Mario behauptet: "Man erhält immer das Dreifache einer der drei Zahlen".  Luisa antwortet: "Man erhält immer eine ungerade Zahl".  Giovanni sagt: "Man erhält immer ein Vielfaches von 3".  Wer hat Recht?</p> <p><input type="checkbox"/> A. Alle drei</p> <p><input type="checkbox"/> B. Nur Mario</p> <p><input type="checkbox"/> C. Nur Luisa</p> <p><input type="checkbox"/> D. Nur Giovanni</p>	<p>Der Schüler kann zum Antworten:</p> <p>a) Buchstabenrechnung (eine Summe und eine Zerlegung mittels Zusammenfassen eines gemeinsamen Faktors) anwenden und dann im Ausdruck <math>3(2n + 3)</math> eine ungerade Zahl erkennen;</p> <p>b) in den drei gegebenen Zahlen drei nachfolgende ungerade Zahlen erkennen; wenn er sich dabei die Halbgerade der natürlichen Zahlen vorstellt, ergibt sich, dass die Summe der drei nachfolgenden ungeraden Zahlen, das Dreifache der zweiten Zahl ist.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b>  Relationen e Funktionen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b>  Sich schrittweise typische Formen der mathematischen Denkweise aneignen (<i>vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern, ...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b>  Rechenvorgänge und -techniken aus der Arithmetik und der Algebra anwenden</p>

	<p><b>Richtige Antwort A</b>  <math>2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 = 6n + 9 = 3(2n + 3)</math>.          Was man erhält ist also das Dreifache von <math>2n + 3</math>. Da es sich um das Dreifache einer ungeraden Zahl handelt, haben sowohl Luisa als auch Giovanni und Mario Recht.</p>	
<p>D15. Eine Zahl durch 0,2 zu teilen ist dasselbe wie diese mit folgender Zahl zu multiplizieren.</p> <p><input type="checkbox"/> A. <math>\frac{1}{5}</math></p> <p><input type="checkbox"/> B. <math>\frac{1}{2}</math></p> <p><input type="checkbox"/> C. 2</p> <p><input type="checkbox"/> D. 5</p>	<p>Bei dieser Antwort sollte der Schüler eine Dezimalzahl in eine rationale Zahl (Bruchzahl) umwandeln können und sich erinnern, dass eine Division einer rationalen Zahl a durch eine rationale Zahl b verschieden von Null einer Multiplikation von a mit der Inversen von b entspricht.</p> <p><b>Richtige Antwort D</b>  <math>a : 0,2 = a : (1/5) = a \cdot 5</math></p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Algorithmen und Rechengänge kennen und beherrschen (<i>im arithmetischen, geometrischen Bereich...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Die Techniken und die Rechengänge der Arithmetik anwenden</p>
<p>D16. Der Ausdruck <math>10^{37} + 10^{38}</math> entspricht</p> <p><input type="checkbox"/> A. <math>20^{75}</math></p> <p><input type="checkbox"/> B. <math>10^7</math></p> <p><input type="checkbox"/> C. <math>11 \cdot 10^{37}</math></p> <p><input type="checkbox"/> D. <math>10^{37 \cdot 38}</math></p>	<p>Zum Antworten kann der Schüler:</p> <p>a) auf die Größenordnung der Zahlen, welche in den verschiedenen Antworten angegeben sind, Bezug nehmen</p> <p>b) den Ausdruck im Aufgabentext mit dem Distributivgesetz symbolisch bearbeiten.</p> <p><b>Richtige Antwort C</b>          Mögliche Auflösung: die Größenordnung von <math>10^{37} + 10^{38}</math> ist <math>10^{38}</math>, weswegen die Antworten A, B und D nicht in Frage kommen. Es bleibt also die Antwort C übrig.</p> <p>Eine andere Auflösung:  <math>10^{37} + 10^{38} = 10^{37} + 10 \cdot 10^{37} = 10^{37}(1 + 10)</math>  <math>10^{37}(1 + 10) = 11 \cdot 10^{37}</math>, was der Antwort C entspricht.</p> <p>Die Antworten A und D enthalten typische Fehler der Potenzrechnung.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (<i>mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Rechengänge und -techniken aus der Arithmetik und der Algebra anwenden</p>

D17. Welche der Geraden  $a$ ,  $b$  und  $c$ , auf der Ebene der Figur, ist eine Symmetrieachse des Parallelogramms PQRS?



- A. Die Gerade  $a$
- B. Die Gerade  $b$
- C. Die Gerade  $c$
- D. Keine der drei

Wichtig ist, die Bedeutung der Achsensymmetrie und Symmetrieachse einer Figur zu kennen, um antworten zu können.

**Richtige Antwort D**

Üblicherweise hat ein Parallelogramm nur ein Symmetriezentrum (der Schnittpunkt der Diagonalen) und hat keine Symmetrieachsen. Nur wenn es ein Rechteck oder ein Rhombus ist, hat ein Parallelogramm zwei Symmetrieachsen. Im Fall des Parallelogramms in der Abbildung sind keine weiteren Informationen gegeben, woraus wir schließen könnten, dass es sich um ein Rechteck oder ein Rhombus handelt. Die richtige Antwort ist also D.

Die anderen Antwortmöglichkeiten enthalten typische Distraktoren für jene Schüler, welche der Meinung sind, dass ein Parallelogramm Symmetrieachsen habe.

**VORWIEGENDER BEREICH**

Ebene und Raum

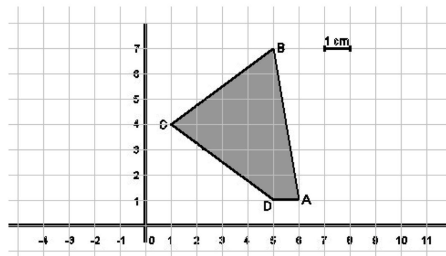
**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

Algorithmen und Rechengvorgänge kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich*)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Verhältnisse zu erkennen sind.

D18. Die Maßeinheit auf den kartesischen Achsen entspricht 1 cm.



Berechnen Sie die Fläche des Vierecks ABCD aus.

Antwort: ..... cm<sup>2</sup>

Der Schüler muss in diesem Fall etwas über die Theorie der Zerlegung in gleiche Teile wissen (es genügt das Programm der Sekundarschule I Grades)

**Richtige Antwort 15 cm<sup>2</sup>**

Man betrachte die Figur, welche auszurechnen ist, als die Differenz zwischen dem Rechteck mit den Ecken M(1; 7), N(6;7), A(6; 1), P(1; 1) und den Dreiecken DPO, OMB und BNA. Daraus folgt:  $(30 - 6 - 6 - 3) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$

Man könnte auch das Viereck ABCD in zwei Dreiecke ABD und BCD aufteilen und deren Fläche ausrechnen:

**Fläche (ABD) =  $\frac{(1 \cdot 6)}{2} = 3$  Fläche (BCD) =  $\frac{(6 \cdot 4)}{2} = 12$**

Deren Summe  
(3+12=15)

entspricht der Fläche des Vierecks (D. Passalacqua: <http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2011/05/17/soluzioni-guidate-matematica-inv>)

**VORWIEGENDER BEREICH**

Ebene und Raum

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

Rechenaufgabe anhand der Mittel der Mathematik lösen können (*nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemas für die Problemstellungen wie z.B. Rechenabfolgen erkennen, den Lösungsweg angeben,...*)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Verhältnisse zu erkennen sind



D19. Die nachfolgende Tabelle gibt das Gewicht von 30 Neugeborenen bei der Geburt an, aufgeteilt in 4 Klassen.

Gewichtsklassen (in kg)	Anzahl der Neugeborenen
1 kg bis 2 kg	7
Mehr als 2 kg bis 3 kg	8
Mehr als 3 kg bis 4 kg	12
Mehr als 4 kg bis 5 kg	3

Nach welchem der nachstehenden Ausdrücke wird das Durchschnittsgewicht der 30 Neugeborenen berechnet?

- A.  $\frac{1,5 + 2,5 + 3,5 + 4,5}{30}$
- B.  $\frac{7 + 8 + 12 + 3}{4}$
- C.  $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{30}$
- D.  $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{4}$

Der Schüler muss zum Antworten den Durchschnitt einer stetigen quantitativen Größe ausrechnen, von der die Frequenzverteilung bekannt ist, im Vergleich zur Unterteilung in Klassen gleicher Weite.

### Richtige Antwort C

Um den Durchschnitt einer stetigen Größe auszurechnen, welche in gleich große Klassen unterteilt ist, bestimmt man den Durchschnittswert jeder Klasse und rechnet dann den gewogenen Durchschnitt aus:  
 $(1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3) / 30$

Die Antwort A nimmt nicht die absolute Frequenz bezüglich jeder Klasse zur Kenntnis; die Antwort B enthält nicht die Werte der Variablen, von denen man den Durchschnitt ausrechnen will, sondern die Frequenz der jeweiligen Klassen; die Antwort D bezieht sich nicht auf die Gesamtzahl der Neugeborenen, die der Statistik zugrunde liegt.

### VORWIEGENDER BEREICH

Daten und Zufall

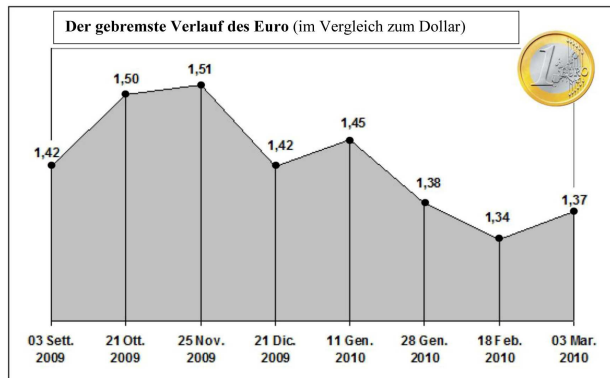
### VORWIEGENDE FERTIGKEIT

Algorithmen und Rechenverfahren kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich...*)

### NEUE RAHMENRICHTLINIEN

Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben entwickelt werden.

D20. Das Schaubild stellt den Wechselkurs Euro- Dollar in der Zeitspanne zwischen dem 3. September und dem 3. März 2010 dar.



a. Laut Graph, in welcher Zeitspanne wäre es für mich am günstigsten gewesen meine Euros in Dollars zu wechseln, um in die USA zu reisen?

- A. Vom 3. September bis zum 21. Oktober 2009
- B. Vom 21. Oktober bis zum 25. November 2009
- C. Vom 11. Jänner bis zum 28. Jänner 2010
- D. Vom 18. Februar bis zum 3. März 2010

Der Schüler muss imstande sein einen Graphen zu lesen, welcher die Variation einer Größe in der Zeit beschreibt und die Umwandlung von einer Größeneinheit in die andere durchführen können.

### Richtige Antwort B

Die Entscheidung, unterschiedlich lange Zeitspannen mit Abschnitten gleicher Länge darzustellen, ist sicher nicht die beste. Dennoch wird dieses Verfahren oft in den Informationen in den Tageszeitungen angewandt. Es dürfte allerdings keine Schwierigkeiten bei der Beantwortung der Frage 20a bereiten, da es klar sein sollte, dass es sich lohnt den Euro in der Zeitspanne in Dollar zu wechseln, in der der Euro mehr Wert ist als der Dollar: das ist zweifelsohne die Zeitspanne vom 21. Oktober-25. November in der der Euro die höchste Aufwertung im Vergleich zum Dollar erreicht. Ein möglicher starker Distraktor könnte eine Überlegung des Schülers sein, die die Möglichkeit in Betracht zieht Dollar später wieder in Euro zu wechseln. In diesem Fall könnten einige Schüler geneigt sein die Antwort C zu wählen. Die Antwort kann natürlich nicht als richtig gelten, weil es von der ausgewählten Zeitspanne abhängt, in der Dollar wieder in Euro gewechselt werden, was aber nicht aus dem Text der Rechenaufgabe erschließbar ist. Ein weiterer Distraktor könnte folgender Gedankengang sein: in der Zeitspanne vom 21. Oktober- 25. November steigt der Wert des Euro im Vergleich zum Dollar ; es könnte also nicht günstig sein, eine starke Währung (Euro) gegen eine andere einzutauschen (Dollar), welche einer

### VORWIEGENDER BEREICH

Zahlen

### VORWIEGENDE FERTIGKEIT

**FRAGE a:** Die erlernte Mathematik für die quantitative Datenverarbeitung im wissenschaftlichen, technologischen wirtschaftlichen und sozialen Bereich anwenden (ein Phänomen quantitativ gesehen beschreiben, dessen Beschreibung mit statistischen Mitteln oder Funktionen interpretieren, mathematische Modelle anwenden, um Situationen und Phänomene zu beschreiben und zu interpretieren)

**FRAGE b :** Sich schrittweise typische Formen der mathematischen Denkweise aneignen (vermuten, überprüfen, begründen, definieren, verallgemeinern, ...)

**FRAGE c und d:** Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen, und von eine in die andere übergehen können (mündlich, schriftlich, symbolisch, grafisch, ...)

### NEUE RAHMENRICHTLINIEN

Die geeigneten Strategien zur Lösung der Rechenaufgaben erkennen

Entwertung unterliegt. Aus den Informationen, welche aus dem Graphen hervorgehen, ergibt sich, dass eine solche Strategie, zwar vernünftig, aber nicht gewinnbringend ist, da der Dollar in der darauffolgenden Zeitspanne aufgewertet worden ist.

**b) Richtige Antwort:** jede Antwort, welche angibt, dass es günstiger ist, Euros in Dollars in der Zeitspanne zu wechseln, in der der Euro im Vergleich zum Dollar aufgewertet ist.

Nehmen wir folgendes Beispiel: “ da der Euro in der Zeitspanne vom 21. Oktober bis zum 25. November (im Vergleich zum Dollar) einen höheren Wert erreicht hat als in allen anderen Zeitspannen”. Oder:”Am 25. November erhalte ich 1,51 Dollar für 1 Euro, d.h. ich erhalte die höchstmögliche Anzahl an Dollars für meine Euro.”

**c) Richtige Antwort:** 1340 Dollar  
 $1,34 \text{ Dollar/Euro} \cdot 1000 \text{ Euro} = 1340 \text{ Dollar}$

**d) Richtige Antwort: 746,27 Euro**  
 $1,34 \text{ Dollar/Euro} \cdot x \text{ Euro} = 1000 \text{ Dollar}$   
 $x = 1000/1,34 \text{ Euro}$ . Das approximative aufgerundete Ergebnis lautet 746,27 Euro.

<p>D21. Welche dieser Gleichungen ist korrekt, unabhängig von der reellen Zahl, die man für <math>x</math> einsetzt ?</p> <p>A. <math>\sqrt{x^2} = x</math></p> <p><input type="checkbox"/> B. <math>\sqrt{x^2} = \pm x</math></p> <p><input type="checkbox"/> C. <math>\sqrt{x^2} =  x </math></p> <p><input type="checkbox"/> D. <math>\sqrt{x^2} = \pm x </math></p>	<p>Um die Aufgabe lösen zu können, muss der Schüler die Identität der beiden Funktionen <math>\sqrt{x^2}</math> und <math> x </math> erkennen können.</p> <p><b>Richtige Antwort C</b></p> <p>Per Definition gilt <math>\sqrt{x^2} =  x </math>. Die Antworten A, B und D enthalten Distraktoren (sehr stark in A und B). Die Antwort A kann aber nicht richtig sein, weil wenn <math>\sqrt{x^2} = x</math> gilt, müsste daraus folgen, dass <math>\sqrt{(-2)^2} = -2</math> und <math>\sqrt{(2)^2} = 2</math> im Widerspruch mit der Tatsache steht, dass <math>\sqrt{(-2)^2}</math> und <math>\sqrt{(2)^2}</math> beide gleich <math>\sqrt{4}</math> sind. Analog dazu können weder B noch D angenommen werden, weil die Operation der Wurzelauflösung einnamig ist, d.h. sie entspricht nur einem einzigen Ergebnis.</p> <p>Eventuelle Fehler der Schüler können auf Automatismen der Auflösung von Gleichungen zweiten Grades zurückgeführt werden, wie z.B. <math>x^2 = 4</math>. Normalerweise schreiben die Schüler direkt <math>x = \pm 2</math> in der Meinung, dass dieses Ergebnis direkt aus <math>x = \sqrt{4} = \pm 2</math> stammt. Der korrekte Schritt lautet hingegen <math> x  = 2</math> woraus <math>x = 2</math> o <math>x = -2</math>.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Relationen und Funktionen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (<i>mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Die Techniken und Rechenverfahren der Arithmetik und der Algebra anwenden</p>
---	---	--

<p><b>D22. Das Polynom <math>x^4 - 16</math> ist teilbar durch:</b></p> <p><input type="checkbox"/> A. <math>x^2 - 8</math></p> <p><input type="checkbox"/> B. <math>x - 4</math></p> <p><input type="checkbox"/> C. <math>x + 2</math></p> <p><input type="checkbox"/> D. <math>(x - 2)^2</math></p>	<p>Um die Frage beantworten zu können, muss der Schüler die Teilbarkeit zweier Polynome kennen. Dabei kann man direkt zur Division übergehen oder das Faktorisierungsverfahren anwenden.</p> <p><b>Richtige Antwort C</b>  <math>x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)</math>  Wie aus der Faktorisierung hervorgeht, ist <math>x^4 - 16</math> weder durch <math>x^2 - 8</math>, noch durch <math>x - 4</math>, noch durch <math>(x - 2)^2</math> teilbar, aber durch <math>x + 2</math> schon.</p> <p>Die Antworten A und B hätten auch ausgeschlossen werden können, da die Nullstellen der Funktion <math>x^4 - 16</math> (d.h. 2 und -2) weder Nullstellen der Funktion <math>x^2 - 8</math>, noch der Funktion <math>x - 4</math> sind.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (<i>mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Die Techniken und Abläufe der Algebra anwenden</p>
<p><b>D23. Ein rechteckiger Platz in einer Großstadt ist ungefähr <math>620 \text{ m} \times 120 \text{ m}</math> groß. Die Schätzungen in den Zeitungen über die Teilnehmerzahl einer Veranstaltung, welche den Platz gefüllt haben soll, variieren von 100.000 bis über 1.000.000.</b></p> <p>a. Wenn man von den Bildern ausgeht, welche im Laufe der Veranstaltung aufgenommen wurden, wird eine Dichte von 4 Personen pro Quadratmeter verzeichnet. Was kann man daraus über die effektive Teilnehmerzahl schließen?</p> <p><input type="checkbox"/> A. Die Schätzungen der Zeitungen sind alle falsch, weil aus den verfügbaren Informationen hervorgeht, dass die Teilnehmerzahl nicht über 20.000 Personen liegen kann.</p> <p><input type="checkbox"/> B. Eine vernünftige Schätzung beläuft sich auf 300.000 Teilnehmer.</p> <p><input type="checkbox"/> C. Wer über eine Million Teilnehmer geschätzt hat, hat richtig geschätzt.</p> <p><input type="checkbox"/> D. Der Platz kann nicht viel mehr Personen als ein Stadion aufnehmen, deswegen waren weniger als 150.000 Teilnehmer anwesend.</p> <p>b. Zeige hier den Rechenweg, wie du zum Ergebnis gekommen bist.</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>Zur Beantwortung der Frage muss der Schüler imstande sein, numerische Schätzungen durchzuführen und die Beziehungen zwischen der Zahl der Bevölkerung, der Fläche des Gebiets, auf welcher sie sich verteilt, und der Bevölkerungsdichte bezüglich des Gebiets herstellen zu können.</p> <p><b>Richtige Antwort auf die Frage a) B</b></p> <p><b>Richtige Antwort auf die Frage b)</b>  <math>4 \cdot 74400 = 297600</math>  oder  <math>4 = x / (620 \cdot 120)</math>, woraus <math>x = 4 \cdot 74400</math>  <math>x = 297600</math>  oder  <math>(620 \cdot 120) \cdot 4 = 297600</math></p> <p>Die Antworten A und C erinnern an äußerst unterschiedliche Schätzungen, welche von verschiedenen Personen durchgeführt wurden und oft in Tageszeitungen erscheinen. Die Antwort D fundiert auf einer scheinbar vernünftigen These, welche aber nicht im Text der Aufgabenstellung enthalten ist und im Allgemeinen nicht gültig ist.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> In unterschiedlichen Kontexten den messbaren Charakter der Gegenstände und Phänomene erkennen und verschiedene Messgeräte anwenden können (<i>die geeignetste Maßeinheit oder das geeignetste Messgerät erkennen können, eine Größe schätzen können,...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Die Daten analysieren und anhand von Deduktionen und Überlegungen über dieselben interpretieren, wobei die Recheninstrumente bewusst eingesetzt werden.</p>

<p>D24. In der Formel <math>l = l_0 + k \cdot P</math> drückt <math>l</math> die Länge einer Feder in Abhängigkeit eines angebrachten Gewichtes <math>P</math> aus. <math>l_0</math> drückt die Länge der Feder in cm im „Ruhezustand“ aus; <math>k</math> gibt die Verlängerung der Feder in cm an, wenn eine Gewichtseinheit angebracht wird.</p> <p>Welche der nachstehenden Formeln beschreibt am besten folgende Aussage :  <i>„Es ist eine sehr lange Feder die auch sehr widerstandsfähig gegen Ausdehnung ist“ ?</i></p> <p><input type="checkbox"/> A. <math>l = 15 + 0,5 \cdot P</math></p> <p><input type="checkbox"/> B. <math>l = 75 + 7 \cdot P</math></p> <p><input type="checkbox"/> C. <math>l = 70 + 0,01 \cdot P</math></p> <p><input type="checkbox"/> D. <math>l = 60 + 6 \cdot P</math></p>	<p>Der Schüler muss mit einfachen linearen Modellen in der Physik einigermaßen vertraut und imstande sein, den Parametern “Schnittpunkt ” und “ Steigung ” der linearen Funktion -welche das Phänomen als Modell darstellt-die physikalischen Eigenschaften des beobachteten Gegenstands zuzuschreiben (in diesem Fall “Länge“ und “Widerstand gegen Ausdehnung ”der Feder).</p> <p><b>Richtige Antwort C</b></p> <p>Man nehme vorerst zur Kenntnis, dass die niederen Werte der Steigung in einer linearen Funktion, d.h. der Koeffizient <math>k</math>, einen großen Widerstand gegen die Ausdehnung angeben (bei gleichem Gewicht <math>P</math> dehnt sich jene Feder weniger aus, welche einen kleineren Wert als <math>k</math> hat); außerdem deuten hohe Werte der Intersektion der linearen Funktionen, nämlich der Parameter <math>l_0</math>, auf längere Federn hin.</p> <p>Die Federn, welche in den Verhältnissen  <math>l = 70 + 0,01P</math>  und  <math>l = 75 + 7P</math>  als Modell dargestellt werden, sind die längsten, aber die zweite hat einen Wert <math>k</math>, der größer als der aller anderen Federn ist. Das bedeutet also, dass die Feder weniger widerstandsfähig gegen Ausdehnung ist. Die Feder, welche in  <math>l = 70 + 0,01P</math>  als Modell vereinfacht wird, ist nicht nur die zweit längste, sondern auch die widerstandsfähigste gegen Ausdehnung. Daraus folgt, dass es diese ist, die am genauesten der Beschreibung der Rechenaufgabe entspricht.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b>  Relationen und Funktionen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b>  Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen, und von eine in die andere übergehen können (<i>mündlich, schriftlich, symbolisch, grafisch, ...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b>  Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben entwickelt werden</p>
---	--	---

D25. Für den Kauf eines PCs wurden 300 Euro ausgegeben. Der Preis setzt sich aus dem Basispreis und der Mehrwertsteuer zusammen. Die Mehrwertsteuer beträgt 20% des Basispreises. Wie viel wurde für MwSt. ausgegeben ?

Antwort: ..... Euro

Um antworten zu können, muss der Schüler imstande sein, direkte und inverse Probleme lösen zu können, welche sich mit Prozentrechnung befassen.

**Richtige Antwort 50 Euro**

$$300 = x + 20/100x \text{ woraus } x = 250$$

oder

$$300 = x + x/5 \text{ woraus } x = 250$$

oder

$$300 = 1,2x \text{ woraus } x = 250$$

In allen Fällen ist die MwSt. von  $300 - 250 = 50$  Euro gegeben.

**VORWIEGENDER BEREICH**

Relationen und Funktionen

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

Algorithmen und Rechengänge kennen und beherrschen (*im arithmetischen, geometrischen Bereich*)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Die Techniken und Abläufe der Arithmetik und der Algebra anwenden

D26. In den ersten zwei Spalten eines elektronischen Datenblatts wurden einige Zahlenpaare (x,y) einer Funktion ausgerechnet.

A	x	B	y	C
1	1		0	
2	2		1	
3	5		2	
4	10		3	
5	17		4	
6	26		5	
7	37		6	
8				
9				
10				
11				

Laut welcher der nachfolgenden Funktionen wurden die Zahlenpaare (x,y) berechnet?

- A.  $y = \sqrt{x} - 1$
- B.  $y = \sqrt{x + 1}$
- C.  $y = \sqrt{x - 1}$
- D.  $y = 1 + \sqrt{x}$

Der Schüler muss zur Auflösung imstande sein, eine Umwandlung zwischen zwei verschiedenen Darstellungsformen einer Funktion durchführen zu können: der numerischen der Tabelle, und der symbolischen der Formel.

Genauer gesagt kann man die Methode der *finiten Differenz* anwenden oder sich darauf beschränken in die gegebenen Formeln der jeweiligen Antwortmöglichkeiten die numerischen Werte der Tabelle einzusetzen, um die symbolische Schrift zu erkennen, welche die Werte der Tabelle korrekt darstellt.

**Richtige Antwort C**

Mögliche Auflösung :

Die Antwort A ist auszuschließen, weil das Paar (2; 1) nicht die Gleichung  $y = \sqrt{x} - 1$  befriedigt. 1 ist nämlich verschieden von  $\sqrt{2} - 1$ .

Die Antwort B ist auszuschließen, weil das Paar (1;0) nicht die Gleichung  $y = \sqrt{x + 1}$  befriedigt.

0 ist nämlich verschieden von  $\sqrt{2}$ .

Die Antwort D ist auszuschließen, weil das Paar

**VORWIEGENDER BEREICH**

Relationen und Funktionen

**VORWIEGENDE FERTIGKEIT**

Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen, und von einer in die andere übergehen können (*mündlich, schriftlich, symbolisch, grafisch, ...*)

**NEUE RAHMENRICHTLINIEN**

Die Daten analysieren und interpretieren, wobei Deduktionen und Überlegungen über dieselben entwickelt werden.

Recheninstrumente und alle Potenziale, welche von bestimmten informatischen Anwendungen angeboten werden, bewusst einsetzen.

(1;0) nicht die Gleichung  $y = 1 + \sqrt{x}$  befriedigt. 0 ist nämlich verschieden von 2.

Die einzige mögliche Antwort ist also C. Die Gleichung  $y = \sqrt{x+1}$  befriedigt alle Paare der Tabelle.

Man könnte auch feststellen, dass die Werte von  $x$ , um 1 vermindert, perfekte Quadrate sind und deshalb die Antwort C die einzig richtige ist (D. Passalacqua: <http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2011/05/17/soluzioni-guidate-matematica-inv>)

Eine weitere mögliche Auflösung:

Die Daten der Spalte  $y$  ändern sich mit gleichen Unterschieden stetig; die Unterschiede zwischen anliegenden Zellen der Spalte  $x$  ändern sich linear und deshalb sind die Unterschiede zwischen Zellen der Spalte  $y$  konstant. Das Verhältnis, welches  $x$  mit  $y$  verbindet ist folglich der Art:  $x = ay^2 + by + c$

Wenn man die Bedingung der Zugehörigkeit der Punkte (1; 0), (2;1) und (5; 2) festlegt, erhält man das Linearsystem

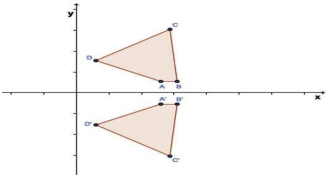
$$\begin{cases} 1 = c \\ 2 = a + b + 1 \\ 5 = 4a + 2b + 1 \end{cases} \quad \text{mit wenigen Schritten wird es:}$$

$$\begin{cases} 1 = c \\ b = 1 - a \\ 2a + b = 2 \end{cases} \quad \text{und schließlich: } a = 1, b = 0 \text{ e } c = 1$$

Man hat also  $x = y^2 + 1$ , welche für nicht negative  $y$  (wie die Werte der Tabelle)  $y = \sqrt{x-1}$  entspricht.



<p>D27. Carlotta arbeitet in der Weihnachtszeit als Verkäuferin in einem Schuhgeschäft und verdient 8 pro Stunde, zuzüglich einer 5%igen Provision auf den Gesamtertrag der Schuhe, die sie verkaufen kann. Welche Formel drückt ihren Gewinn <math>g</math> aus, wenn sie <math>h</math> Stunden arbeitet und der Gesamtwert der verkauften Schuhe <math>s</math> Euro beträgt?</p> <p><input type="checkbox"/> A. <math>g = 8h + 0,05s</math></p> <p><input type="checkbox"/> B. <math>g = 8h + 0,5s</math></p> <p><input type="checkbox"/> C. <math>g = 5h + 8s</math></p> <p><input type="checkbox"/> D. <math>g = 8h + 5s</math></p>	<p>Um antworten zu können, muss der Schüler mit Linearmodellen einigermaßen vertraut sein und die Bedeutung von Prozentsatz kennen.</p> <p><b>Richtige Antwort A</b>  Wenn Carlotta 8 Euro pro Stunde verdient, wird sie in <math>h</math> Stunden einen Gewinn von <math>8h</math> Euro erzielt haben. Die Antwort C ist also auszuschließen. Wenn Carlotta außerdem eine 5%ige Provision auf den Gesamtgewinn der Schuhe verdient, die sie verkaufen kann, muss ihr Gewinn von <math>8h</math> Euro um <math>5s/100</math> steigen, d.h. um <math>0,05s</math>. Die richtige Antwort ist also <math>g = 8h + 0,05s</math>.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b>  Relationen und Funktionen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b>  Rechenaufgabe anhand der Mittel der Mathematik lösen können (<i>nützliche Informationen erkennen und verbinden können, Lösungsstrategien vergleichen, Lösungsschemata für die Problemstellungen erkennen</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b>  Die geeigneten Strategien zur Lösung von Rechenaufgaben erarbeiten</p>
<p>D28. In einem Fußballturnier unter Schulen erhält eine Mannschaft 3 Punkte bei einem Sieg, 1 Punkt bei Unentschieden und keinen Punkt, wenn sie verliert. Eine Mannschaft hat gleich viele Spiele gewonnen wie unentschieden. Welche der nachfolgenden Punktzahlen kann diese Mannschaft <u>nicht</u> erreicht haben?</p> <p><input type="checkbox"/> A. 24</p> <p><input type="checkbox"/> B. 28</p> <p><input type="checkbox"/> C. 30</p> <p><input type="checkbox"/> D. 32</p> <hr/>	<p>Als Antwort kann der Schüler das Problem anhand einer Gleichung darstellen oder direkt dank der Erfahrung mit Vielfachen weiter vorangehen.</p> <p><b>Richtige Antwort C</b>  Seien <math>v</math> die gewonnenen Spiele und <math>p</math> die unentschiedenen. Die erzielten Punkte sind also <math>3v + p</math>. Da <math>p = v</math>, sind die erzielten Punkte <math>4p</math>. Das bedeutet also, dass die erzielten Punkte ein Vielfaches von 4 sind. Die einzige Zahl, welche <u>nicht</u> ein Vielfaches von 4 ist, ist 30. 30 ist also die einzige Punktzahl welche die Mannschaft <u>nicht</u> erreicht haben kann.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b>  Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b>  Algorithmen und Rechengänge kennen und beherrschen (<i>im arithmetischen, geometrischen Bereich</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b>  Die Techniken und Rechengänge der Arithmetik und der Algebra anwenden</p>
<p>D29. Der Ausdruck <math>\frac{9}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{7}{10^3} + \frac{2}{10^5}</math> kann durch folgende Dezimalzahl dargestellt werden:</p> <p><input type="checkbox"/> A. 98,72</p> <p><input type="checkbox"/> B. 9,8072</p> <p><input type="checkbox"/> C. 0,9872</p> <p><input type="checkbox"/> D. 0,98072</p>	<p>Der Schüler muss zum Antworten die polynomiale Darstellung (mit Basis 10) einer rationalen Zahl gut beherrschen.</p> <p><b>Richtige Antwort D</b>  Der Ausdruck kann folgendermaßen geschrieben werden:  <math>0,9 + 0,08 + 0,0007 + 0,00002</math> d.h. <math>0,98072</math>.  Man merkt also, dass der Gebrauch eines numerischen Taschenrechners äußerst nützlich für die Beantwortung der Frage sein kann</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b>  Zahlen</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b>  Verschiedene Darstellungsformen kennen und beherrschen, und von einer in die andere übergehen können (<i>mündlich, schriftlich, symbolisch, grafisch, ...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b>  Die Techniken und Rechengänge der Arithmetik und der Algebra</p>

		anwenden
<p>D30. Das Viereck A'B'C'D' erhält man durch eine Umwandlung des Vierecks ABCD.</p>  <p>Um was für eine Umwandlung handelt es sich?</p> <p><input type="checkbox"/> A. Translation</p> <p><input type="checkbox"/> B. Symmetrie um die y Achse</p> <p><input type="checkbox"/> C. Symmetrie um die x Achse</p> <p><input type="checkbox"/> D. Rotation um den Nullpunkt</p>	<p>Um die Frage beantworten zu können, muss man die Bedeutung der zentralen Symmetrie und der Achsensymmetrie kennen.</p> <p><b>Richtige Antwort C</b></p> <p>Man merkt sofort, dass sich die Eckpunkte der Vielecke an der x-Achse symmetrisch übereinstimmen.</p>	<p><b>VORWIEGENDER BEREICH</b> Ebene und Raum</p> <p><b>VORWIEGENDE FERTIGKEIT</b> Die spezifischen Inhalte der Mathematik kennen und beherrschen (<i>mathematische Objekte, Eigenschaften, Strukturen...</i>)</p> <p><b>NEUE RAHMENRICHTLINIEN</b> Geometrische Figuren vergleichen und analysieren, wobei Invarianten und Verhältnisse zu erkennen sind.</p>